

VERIFIONS : Indiquer pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse

- a) $(x^2 + 5x - 4)(2x - 3) = 2x^3 + 8x^2 - 24x + 12$.
- b) $\left\{\frac{5}{4}\right\}$ est l'ensemble des solutions de l'équation $2x - 2,5 = 0$.
- c) Les couples $(2; 5)$ et $(-3; 2)$ sont des solutions de l'équation $3x - 5y + 19 = 0$.
- d) Le trinôme $2x^2 + 11x - 21$ se factorise en $(2x - 3)(x + 7)$.
- e) 10 est solution de l'inéquation $2(x - 6) > 5x - 9$.
- f) Deux droites définies par leurs équations cartésiennes : $3x + 2y - 7 = 0$ et $-5x + y + 3 = 0$ se coupent au point de coordonnées $(1; 2)$.
- g) 31,5 ; 42 ; 52,5 sont les dimensions, dans une même unité, d'un triangle rectangle.
- h) $\frac{12}{13}$ et $\frac{5}{13}$ sont le sinus et le cosinus d'un même angle.
- i) Dans un triangle ABC isocèle en A où le côté [AB] mesure 5 cm, la hauteur issue de A mesure 4 cm.
- j) Les angles d'un quadrilatère convexe peuvent mesurer 53° , 109° , 85° et 120° .
- k) $5 - \sqrt{2}$ et $5 + \sqrt{2}$ sont solutions de l'équation $x^2 - 10x + 23 = 0$.
- l) On pose $A(x) = (x - 2)^2 - 3(x^2 - 4) - (5x - 2)(x - 2)$.
- * $A(2) = 0$
 * $A(0) = 12$
 *La forme développée est $A(x) = -7x^2 + 8x + 10$
 *La forme factorisée est $A(x) = (x - 2)(-7x + 6)$

DEMONSTRONS

1°) a) Démontrer que pour tout réel x , on a : $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

b) Démontrer que $(\sqrt{2} + 1)^3 = 7 + 5\sqrt{2}$.

2°) Soient a et b deux réels. Démontrer que $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

En déduire une factorisation du polynôme $P(x) = x^3 - 8$.

3°) ABC est un triangle tel que $AB = 40$, $AC = 30$, $BC = 50$. ABC est-il rectangle ?

4°) DEF est un triangle tel que $DE = a^2 - b^2$, $DF = 2ab$, $EF = a^2 + b^2$. Démontrer que DEF est un triangle rectangle en D.

5°) Soit a un réel positif ou nul. On pose $b = \frac{4a+2}{a+5}$ et $c = \frac{a-1}{a+2}$.
 Démontrer que $\frac{b-1}{b+2}$ est la moitié de c , puis que $b = \frac{2c+2}{2-c}$.

6°) a) Démontrer que les 4 polynômes suivants sont identiques :

$$\begin{array}{ll} P(x) = 4x^2 + 8x - 5 & Q(x) = (2x - 1)(2x + 5) \\ R(x) = 4(x + 1)^2 - 9 & S(x) = 4x(x + 2) - 5 \end{array}$$

b) Résoudre les équations et inéquations suivantes :

$$*P(x) = 0 \quad *P(x) = -5 \quad *P(x) = -9 \quad *P(x) = Q(x) \quad *P(x) > Q(x)$$

7°) Démontrer les égalités suivantes :

- $\frac{-3}{\sqrt{7}-4} = \frac{\sqrt{7}+4}{3}$
- $\frac{\sqrt{2}}{8-\sqrt{11}} = \frac{8\sqrt{2}+\sqrt{22}}{53}$

8°) On rappelle que le nombre d'or est $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Démontrer que $\varphi^2 = \varphi + 1$ et que $\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$.