Terminale -> Devoirs de vacances septembre 2023
Préparation à la spécialité mathématiques

Le programme de la spécialité mathématique de Terminale est chargé et le rythme de progression est rapide. On ne peut pas se permettre non plus de « gaspiller » en début d'année deux semaines pour « dérouiller » les mécanismes de calcul.

C'est pourquoi il est impératif d'être prêt le jour de la rentrée et d'avoir fait un minimum d'entraînement.
Inutile donc de faire les exercices en juin… mais il ne faut pas attendre le mercredi 1er septembre pour s'y mettre.

➔ Les exercices 1, 2, 3, 4 et 5 sont à chercher.
Les corrigés de certaines questions seront déposés sur le site du lycée en fin de vacances.
-> A vous de les corriger en autonomie.

➔ Les autres questions seront reprises en classe **dès le 1er cours de mathématiques**.

➔ Ces notions feront l'objet **de courtes évaluations** et/ou de questions flash lors des premières séances

Exercice 1 ***Polynômes***

Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes.

(1) $x^2 + 2x - 3 = 0$ **(3)** $x^2 + 2x + 2 = 0$ **(5)** $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 > 0$

(2) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$ **(4)** $-3x^2 - 2x + 2 \geq 0$ **(6)** $-3x^2 + x - 2 < 0$

Exercice 2 ***Étude de fonctions***

Déterminer le sens de variations des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ **3.** $f(x) = (2 - x)\,e^x$

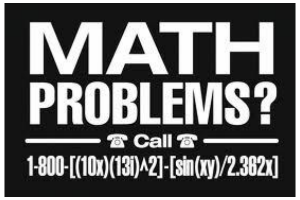
2. $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+3}$ **4.** $f(x) = e^{2x} - 2x$

Exercice 3 ***Suite arithmético-géométrique***

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5\,000$ et pour tout $n \in$ IN, $u_{n+1} = 1{,}03\,u_n + 300$.
On considère la suite (v_n) définie, pour tout $n \in$ IN, par $v_n = u_n + 10\,000$.

1. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.

2. En déduire v_n, puis u_n, en fonction de n.



Exercice 4 ***Suites numériques***

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 1{,}25$.

1. On considère la fonction suivante écrite en Python.

```python
def suite(n):
  u=1
  for i in range(1,n+1):
    u=u+1.25
  return u
```

a. Tester cette fonction « à la main » <u>pour n = 5</u> en complétant le tableau ci-dessous décrivant l'évolution des variables au cours de l'exécution de la fonction.

i	╳					
u	1					

b. La tester aussi sur calculatrice ou sur ordinateur (EduPython*) pour n = 5, puis pour n = 1000.

c. Quel est le rôle de cette fonction.

2. a. Donner l'expression de u_n en fonction de n.

b. En déduire le plus petit entier n tel que $u_n \geq 10^9$.

3. Calculer $\sum_{k=0}^{1000} u_k = u_0 + u_1 + \ldots + u_{1000}$.

*Télécharger la distribution Edupython à partir du site :
https://edupython.tuxfamily.org/

Partie B

Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 10\,000$ et de raison $q = \frac{3}{4}$

1. a. Donner l'expression de v_n en fonction de n.

b. En déduire v_{10}.

2. Écrire un programme python permettant de déterminer le plus petit entier n tel que : $v_n \leq 10^{-9}$.
L'exécuter sur calculatrice ou sur ordinateur et donner la valeur cherchée.

3. Calculer $\sum_{k=0}^{1000} v_k$.

Fabrice Erre

Exercice 5 ***Suite arithmético-géométrique***

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n + 1$.

1. **a.** Calculer u_1, u_2 et u_3.
b. Cette suite est-elle arithmétique ? Géométrique ?
c. Émettre des conjectures concernant la monotonie et la convergence de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 2$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

b. En déduire v_n, puis de u_n en fonction de n.

3. On considère l'algorithme donné ci-contre ➡

```
def seuil(p):
    u=10
    n=0
    while u-2>=10**(-p):
        u=(1/2)*u+1
        n=n+1
    return n
```

a. Tester l'algorithme suivant en complétant le tableau ci-dessous.

On prendra p = 1.

u								
n								
Condition : V/F								

Que renvoie cet algorithme ?

b. ▪ Entrer ce programme sur votre calculatrice (vous devez avoir ce programme sur votre calculatrice le jour de la rentrée, lors de la correction en classe de cet exercice).

▪ Que renvoie l'instruction seuil(5) ? Interpréter ce résultat.

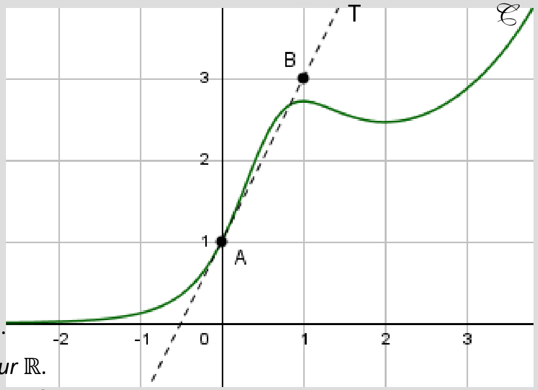
Devoir à la maison n° 2

À faire sur une feuille indépendante-> À rendre la 2ème semaine de septembre

Exercice 8

Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique $\mathscr{C}$ est donnée ci-contre.

La droite T est la tangente à $\mathscr{C}$ au point A(0 ; 1).
T passe par le point B(1 ; 3).



1. Donner par lecture graphique :
$f(0)$ et $f'(0)$.

2. On suppose que la fonction f est définie par

$f(x) = \frac{e^x}{x^2+ax+b}$ où a et b sont deux réels.

On admet provisoirement que f est définie sur $\mathbb{R}$.

a. Démontrer que pour tout x réel, $f'(x) = \frac{e^x\,(x^2+ax-2x+b-a)}{(x^2+ax+b)^2}$

b. À l'aide de la question 1., démontrer que $a = -1$ et $b = 1$.

Pour la suite de l'exercice, f est définie par $f(x) = \frac{e^x}{x^2-x+1}$

3. Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$, puis étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

Devoir à la maison n° 1

À faire sur une feuille indépendante
À rendre lors de la première séance de mathématiques-début septembre 2023

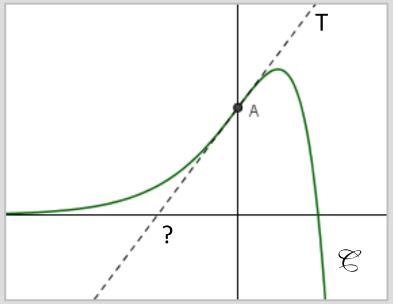
Exercice 6

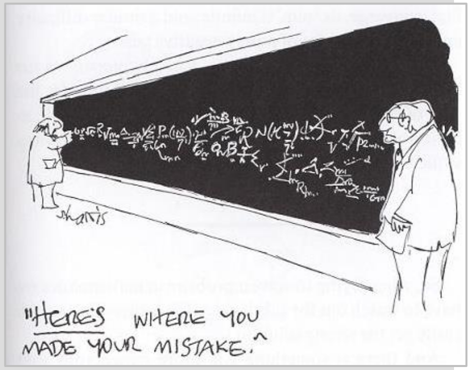
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4-2x)\,e^x$
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

3. La courbe $\mathscr{C}$ et la tangente T est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal.
Déterminer l'abscise du point d'intersection de T avec l'axe des abscisses.





Exercice 7

Un restaurateur propose deux formules au déjeuner : le menu « express » à 12 €, et le menu du jour à 15 €. La boisson est en supplément et coûte 2 €.

On suppose que 60 % des clients choisissent le menu « express » et parmi eux, 70 % prennent une boisson. De plus, 40 % des clients choisissant le menu du jour prennent une boisson.

On choisit au hasard un client du restaurant

1. On note les événements

E : « le client choisit le menu « express » et B : « le client prend une boisson »

a. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

b. Calculer la probabilité que le client prenne une boisson.

c. Calculer la probabilité que le client ait choisi le menu « express » sachant qu'il a pris une boisson.

2. On note D la variable aléatoire représentant la dépense du client, en euro.

a. Déterminer la loi de probabilité de D.

b. Calculer l'espérance E(D). Interpréter.

c. Calculer l'écart type de D.

3. **a.** Le restaurateur totalise 200 repas par déjeuner.
Quelle recette peut-il espérer par déjeuner ?

b. Le restaurateur envisage d'augmenter tous ses prix de 10 %. Il estime qu'alors la fréquentation de son restaurant baissera de 10 %. A-t-il intérêt à augmenter ses prix ?