Terminale -> Devoirs de vacances septembre 2025
Préparation à la spécialité mathématiques

Le programme de la spécialité mathématique de Terminale est chargé et le rythme de progression est rapide. On ne peut pas se permettre non plus de « gaspiller » en début d'année deux semaines pour « dérouiller » les mécanismes de calcul.

C'est pourquoi il est impératif d'être prêt le jour de la rentrée et d'avoir fait un minimum d'entraînement.
Inutile donc de faire les exercices en juin… mais il ne faut pas attendre le 1er septembre pour s'y mettre.

➔ Les exercices 1, 2, 3, 4 et 5 sont à chercher sur le cahier d'exercices.
Les corrigés de certaines questions des exercices 1 à 4 seront déposés sur le site du lycée en fin de vacances.
-> *A vous de les corriger en autonomie.*

➔ Les autres questions et l'exercice 5 seront repris en classe **dès le 1er cours de mathématiques**.

➔ Ces notions feront l'objet **de courtes évaluations** et/ou de questions flash lors des premières séances.

Exercice 1 ***Polynômes***

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

(1) $x^2 + 2x - 3 = 0$ **(3)** $x^2 + 2x + 2 = 0$ **(5)** $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 > 0$

(2) $x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 3 = 0$ **(4)** $3x^2 - 2x + 2 \geq 0$ **(6)** $-3x^2 + x - 2 < 0$

Exercice 2 ***Étude de fonctions***

Déterminer le sens de variations des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ **3.** $f(x) = (2 - x)\,e^x$

2. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ **4.** $f(x) = e^{2x} - 2x$

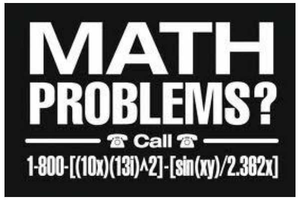
Exercice 3 ***Suite arithmético-géométrique***

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5\,000$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1{,}03\,u_n + 300$

On considère la suite (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n + 10\,000$

1. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.

2. En déduire v_n, puis u_n, en fonction de n.



Exercice 4 ***Suites numériques***

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 1{,}25$.

1. On considère la fonction suivante écrite en Python.

```
def suite(n):
  u=1
  for i in range(1,n+1):
    u=u+1.25
  return u
```

a. Tester cette fonction « à la main » <u>pour $n = 5$</u> en complétant le tableau ci-dessous décrivant l'évolution des variables au cours de l'exécution de la fonction.

i						
u	1					

b. La tester aussi sur calculatrice ou sur ordinateur (EduPython*) pour $n = 5$, puis pour $n = 1000$.

c. Quel est le rôle de cette fonction.

2. a. Donner l'expression de u_n en fonction de n.

b. En déduire le plus petit entier n tel que $u_n \geq 10^9$.

3. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{1000} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_{1000}$

*Télécharger la distribution Edupython à partir du site :
https://edupython.tuxfamily.org/

Partie B

Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 10\,000$ et de raison $q = \frac{3}{4}$

1. a. Donner l'expression de v_n en fonction de n.

b. En déduire v_{10}.

2. Écrire un programme python permettant de déterminer le plus petit entier n tel que : $v_n \leq 10^{-9}$
L'exécuter sur calculatrice ou sur ordinateur et donner la valeur cherchée.

3. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{1000} v_k$

Fabrice Erre

Exercice 5 ***Suite arithmético-géométrique***

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}\, u_n + 1$

1. **a.** Calculer u_1, u_2 et u_3.

b. Cette suite est-elle arithmétique ? Géométrique ?

c. Émettre des conjectures concernant la monotonie et la convergence de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 2$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

b. En déduire v_n, puis de u_n en fonction de n.

```
def seuil(p):
    u=10
    n=0
    while u-2>=10**(-p):
        u=(1/2)*u+1
        n=n+1
    return n
```

3. On considère la fonction Python donnée ci-contre ➡

a. Tester l'algorithme suivant en complétant le tableau ci-dessous.

On prendra $p = 1$.

u								
n								
Condition : V/F								

Que renvoie cet algorithme ?

b. ▪ Entrer ce programme sur votre calculatrice (*vous devez avoir ce programme sur votre calculatrice le jour de la rentrée, lors de la correction en classe de cet exercice*).

▪ Que renvoie l'instruction `seuil(5)` ? Interpréter ce résultat.

Devoir à la maison n° 2

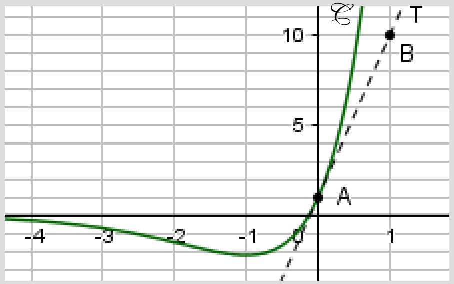
À faire sur une feuille indépendante-> À rendre la 2ème semaine de septembre

Exercice 8

Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique $\mathscr{C}$ est donnée ci-contre.

La droite T est la tangente à $\mathscr{C}$ au point $A(0\,;\,1)$.

T passe par le point $B(1\,;10)$.



1. Donner par lecture graphique : $f(0)$ et $f'(0)$.

2. On suppose que la fonction f est définie par

$f(x) = (x^2 + a\,x + b)\, e^x$ où a et b sont deux réels.

a. Démontrer que pour tout x réel,

$$f'(x) = (x^2 + (a+2)\,x + a + b)\, e^x$$

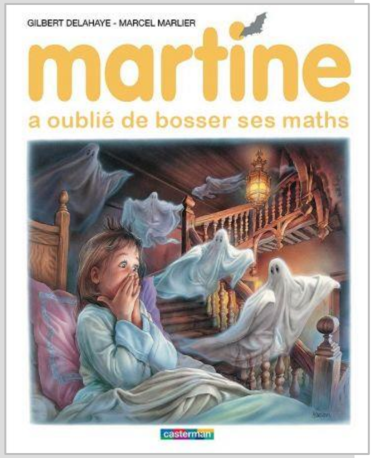
b. À l'aide de la question 1., démontrer que $a = 8$ et $b = 1$.

Pour la suite de l'exercice, f est définie par $f(x) = (x^2 + 8x + 1)\, e^x$

3. Par lecture graphique, il semble que, sur $\mathbb{R}$, f est décroissante, puis croissante.
Cette conjecture est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Devoir à la maison n° 1

À faire sur une feuille indépendante
À rendre le jour de la rentrée en septembre 2025



Exercice 6

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+x-1}{e^x}$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.

2. **a.** Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

b. Le minimum de f sur $]-\infty\,;\,2]$ vaut $-e$: vrai ou faux. Justifier.

3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

Exercice 7

Un sous-traitant fabrique des pièces pour une entreprise. Le coût de fabrication d'une pièce est de 50 €.

La proportion de pièces défectueuses dans un lot est de 5 %. Avant d'envoyer les pièces à l'entreprise, le sous-traitant effectue un contrôle de fabrication :

- si la pièce est défectueuse, elle est quand même acceptée dans 97 % des cas ;
- si la pièce n'est pas défectueuse, elle est refusée dans 4 % des cas.

On prend au hasard une pièce de ce lot.

On note : D : »la pièce est défectueuse » et A : « la pièce est acceptée ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation.

2. **a.** Calculer la probabilité que la pièce soit défectueuse et acceptée.

b. Calculer la probabilité que la pièce soit acceptée.

c. Calculer la probabilité que la pièce soit défectueuse sachant qu'elle est acceptée.

3. Si la pièce n'est pas acceptée par le contrôle, elle est vérifiée par un technicien : ce qui génère un coût de 2 €. Dans le cas où elle est réellement défectueuse, elle est réparée, ce qui représente un coût supplémentaire de 10 € : *le coût total s'élève alors à* 50 + 2 + 10 = 62 €.
Si la pièce est acceptée par le contrôle, elle est envoyée à l'entreprise : toute pièce défectueuse est détectée et renvoyée au sous-traitant pour réparation : le coût s'élève alors à 25 € par pièce.
On note X la variable aléatoire égale au coût total d'une pièce pour le sous-traitant.

a. Compléter la loi de probabilité de X donné par le tableau (justifier brièvement) :

x_i	50	52	62	75
$p_i = P(X = x_i)$				

b. Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter.

c. Quelle doit-être le prix minimum d'une pièce que le sous-traitant doit facturer à l'entreprise pour que l'opération soit rentable pour le sous-traitant ?

d. Calculer la variance et l'écart type de X.