TES/L AP Primitives et intégrales

Ex 1 : Déterminer une primitive de la fonction f :

1°) f(x) = $x + 1$ 2°) f(x) = $3x^2 - 5x + 2$ 3°) f(x) = $x^5 + 4x^6$

4°) f(x) = $x^3 + \frac{3}{4}x^2 - x - 5$ 5°) f(x) = $\frac{1}{x^2}$ 6°) f(x) = $3x - e^x$

7°) f(x) = e^{2x} 8°) f(x) = $4e^{-x}$ 9°) f(x) = $-2e^x$ 10°) f(x) = $3e^x + 5x^3 - 2$

Ex 2 : Démontrer que la fonction F est une primitive de f

1°) f(x) = $x^2 - 4x$ F(x) = $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 1$

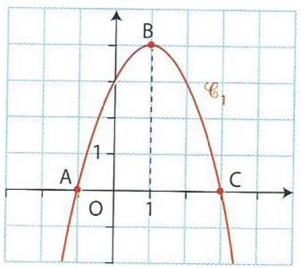
2°) f(x) = $\frac{10x^2-1}{x^2}$ F(x) = $10x + \frac{1}{x}$

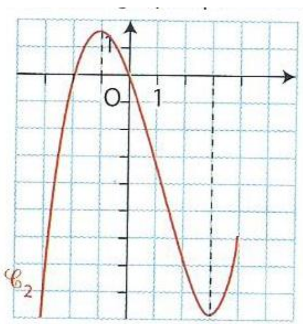
3°) f(x) = $e^x(2x + 5)$ F(x) = $e^x(2x + 3)$

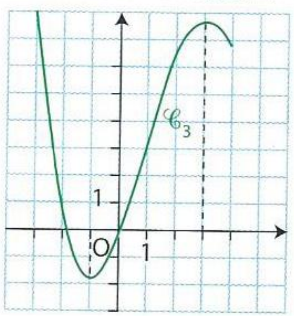
4°) f(x) = $e^{-x}(2 - x)$ F(x) = = $(x - 1)e^{-x}$

5°) f(x) = $-4e^{2x}(3x + 1)$ F(x) = $e^{2x}(-6x + 1)$

Ex 3 : f est la fonction définie sur l'intervalle [-3 ; 4]. Les points A(-1 ; 0), B(1 ; 4) et C(3 ; 0) appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_1$ de f donnée ci-contre.







Parmi les 2 courbes $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$, laquelle est la représentation graphique d'une primitive de la fonction f ?

Ex 4 : Calculer les intégrales : 1°) $\int_{-3}^{2} x\,dx$ 2°) $\int_{-3}^{2} x^3\,dx$

3°) $\int_{-4}^{1}(x^2 + 3x - 4)\,dx$ 4°) $\int_{-3}^{2}(1 - x)\,dx$ 5°) $\int_{0}^{1}(1 - e^x)\,dx$

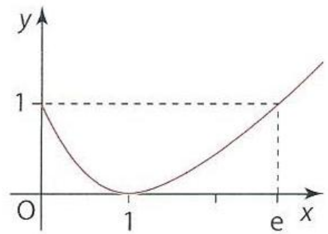
6°) $\int_{-1}^{1}(e^x + e^{-x})\,dx$ 7°) $\int_{0}^{1}(e^{3x} + 2)dx$

Ex 5 : On considère la fonction f définie sur ℝ par f(x) = $2x + 5 - 4e^{-x}$. On note C_f sa courbe représentative.
Calculer l'aire du domaine limité par Cf, l'axe des absisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

Ex 6 : Les fonctions affines f et g sont définies par f(x) = $3x + 1$ et g(x) = $x + 3$.
1°) Tracer les droites $\mathscr{D}_f$ et $\mathscr{D}_g$. Colorier le domaine limité par $\mathscr{D}_f$, $\mathscr{D}_g$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.
2°) Calculer l'aire de ce domaine.

Ex 7 : Calculer la valeur moyenne de la fonction f définie sur ℝ par f(x) = $9x^2 + 4x$ sur [0 ; 2].

Ex 8 : La courbe ci-contre représente une fonction F définie sur]0 ; + ∞[, qui est une primitive de f.
Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur [1 ; e].



Ex 9 : ***Des intégrales avec des ln***
1°) Démontrer que la fonction F est une primitive de f
a) f(x) = ln x F(x) = x ln(x) – x
b) f(x) = ln x – 3 F(x) = x (ln(x) – 4)

2°) Calculer les intégrales : $\int_{1}^{e}\frac{1}{x}\,dx$; $\int_{2}^{4}\frac{5}{x^2} + \frac{3}{x}\,dx$

Ex 10 : f est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = (2 x + 1) e^{3x}.
Déterminer les nombres a et b pour que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par
F(x) = (a x + b) e^{3x} soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.