SUITES ARITHMETIQUES - SUITES GEOMETRIQUES 2

Ex1 : La direction d'un parc zoologique s'inquiète de la diminution des lémuriens à tête noire vivants dans le parc. En effet, un recensement au 1er janvier des trois dernières années a permis de constater la diminution annuelle de 6 individus.
Au 1er janvier 2012, le parc compte 104 lémuriens à tête noire. On suppose que l'évolution linéaire des 3 dernières années se poursuit. On pose $U_0 = 104$ et on note U_n le nombre de lémuriens à tête noire au 1er janvier 2012+n.
1°) Déterminer la nature de la suite et donner l'expression de son terme général.
2°) A combien peut-o estimer le nombre de lémuriens à tête noire au 1er janvier 2020 avec ce modèle ?
3°) Si rien n'est fait pour sauver les lémuriens à tête noire de ce parc, en quelle année peut-on estimer qu'il restera moins de 30 individus ?

Ex2 : Pour stocker des fichiers photos dans un appareil numérique ou sur un disque dur d'ordinateur, on utilise des algorithmes de compression pour réduire la taille du fichier. On estime qu'à chaque niveau de compression la taille du fichier diminue de 21,4%.
Considérons un fichier de taille initiale 689 ko. On pose $T_0 = 689$ et, pour tout entier naturel n, T_n désigne la taille de ce fichier après une compression de niveau n.
1°) Déterminer T_1.
2°) Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n. En déduire la nature de la suite (T_n).
3°) Déterminer l'expression du terme général de (T_n). En déduire une valeur approchée de T_7.
4°) A l'aide de la calculatrice, déterminer le niveau minimal de compression qu'il faudrait pour que la taille du fichier compressé soit inférieure à 40 ko.

Ex3 : On injecte dans le sang d'un malade une dose de médicament. On suppose que ce médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est ensuite éliminé progressivement, la concentration diminuant de 30% chaque heure. On note C_n la concentration, en mg/L, n heures après l'injection ($n \in \mathbb{N}$). On donne $C_0 = 4$.
1°) a) Calculer C_1 et C_2.
b) Quelle est la nature de la suite (C_n) ? En déduire l'expression de C_n en fonction de n.
c) Quelle est la concentration 18h après l'injection ?
2°) On souhaite maintenir la concentration du médicament au-dessus de 3mg/L pendant 18h, et pour cela on pratique une heure après la première injection, puis toutes les heures, une injection de 1mg/L du médicament.
On note U_n la valeur de la concentration n heures après l'injection ($n \in \mathbb{N}$).
a) Justifier que pour tout n, on a : $U_{n+1} = 0{,}7\, U_n + 1$.
b) Soit $V_n = U_n - \frac{10}{3}$. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique, dont on donnera la raison et le premier terme.
c)Donner l'expression de V_n en fonction de n, puis U_n en fonction de n.
d) Quelle est la concentration du médicament 18h après l'injection ?

Ex4: Au pays de Lewis Carrol, les nénuphars (de formes circulaires) poussent en doublant chaque jour leur surface. Un matin, un nénuphar éclot au centre d'un étang circulaire de rayon 100 m. Le nénuphar mesure alors 1cm de rayon.
1°) Exprimer la surface S_n du nénuphar au bout de n jours en fonction de n, en m^2.
2°) On souhaite déterminer au bout de combien de jours le nénuphar aura recouvert la moitié de l'étang.
Compléter l'algorithme ci-dessous afin de répondre à la question posée :

```
Variables : S : réel
            N : entier
Début :   S prend la valeur…….
          N prend la valeur 0
          Tant que S <…….
            N prend la valeur N+1
            S prend la valeur ……….
          Fin Tant que
          Afficher N
Fin
```

Ex5 : Soient la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{u_n + 1} \quad pour\ n \geq 0 \end{cases}$

et la suite (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1°) Calculer u_1 ; u_2 puis v_0 ; v_1 ; v_2. 2°) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison -0,5. 3°) Calculer V_{30}.
4°) Exprimer (u_n) en fonction de n.