AP TES/L **Suites Arithmético-Géométriques**

Ex 1 : (U_n) est la suite définie par $U_0 = 5$ et pou tout entier naturel n,
$U_{n+1} = 1{,}5U_n - 2$.

(V_n) est la suite définie pour tout nombre entier naturel n par $V_n = U_n - 4$

1°) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

2°) Exprimer V_n en fonction de n et en déduire une expression de U_n en fonction de n.

Ex 2 : Le service clientèle d'un supermarché a organisé une enquête. Il a modélisé la fréquentation du magasin :

- 8000 personnes sont venues faire leurs achats dans ce supermarché au cours du 1er mois.
- Chaque mois suivant, 70 % de la clientèle du mois précédent reste fidèle au magasin et 3000 nouveaux clients apparaissent.
-

Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le nombre de clients venus au cours du n-ième mois d'enquête. Ainsi $u_1 = 8000$.

1°) Calculer u_2 et u_3.

2°) Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, on a : $u_{n+1} = 0{,}7u_n + 3000$.
La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

3°) Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = 10\,000 - u_n$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser v_1. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

b) Exprimer u_n en fonction de n.

4°) Selon ce modèle, calculer le nombre de clients le 12ème mois de l'enquête. Arrondir ce résultat à l'entier.

Ex 3 : Le service commercial d'un journal a constaté que, chaque année, il enregistre 1000 nouveaux abonnés, mais qu'environ 50 % des abonnements précédents ne sont pas renouvelés. L'objet de cet exercice est d'étudier l'évolution du nombre d'abonnements si cette situation perdure, sachant qu'au cours de l'année écoulée, le journal comptait 4000 abonnés.

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 4000$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 1000$.

1°) Pourquoi u_n est-elle une approximation du nombre d'abonnés au bout de n années?

2°) Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n - 2000$. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5. Préciser la valeur v_0. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

3°) Justifier que pour tout entier n : $u_n = 2000 + 2000 \times 0{,}5^n$.

Ex 4 : ***Partie A*** : *étude d'une suite :* (U_n) est la suite définie par $u_0 = 100$ et pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 3$.

1°) Avec la calculatrice, donner les 20 premiers termes de la suite.

2°) Conjecturer le sens de variation de la suite et sa limite.

3°) (V_n) est la suite définie sur N par $v_n = u_n - 15$. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

4°) En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n en fonction de n.

5°) Démontrer les conjectures émises à la question 2.

Partie B : *Une situation concrète :* En 2000, un pays comptait environ 100 milliers d'hectares de forêt. On estime que chaque décennie, 20 % de cette couverture forestière disparaît. Afin de lutter contre ce fléau, chaque décennie, une organisation plante des arbres sur 3 milliers d'hectares.

1°) Combien d'hectares y aura-t-il en 2012 ? en 2020 ? en 2040 ?

2°) Modéliser cette situation à l'aide d'une suite.

3°) Utiliser les résultats de la partie A pour répondre aux questions suivantes :

a) L'action de l'organisation est-elle suffisante pour retrouver dans quelques décennies la couverture forestière de 2000 ?

b) Dans un grand nombre d'années, quelle sera la couverture forestière de ce pays ?

4°) Proposer un algorithme qui détermine l'année à partir de laquelle la couverture forestière sera inférieure à 1600 hectares.