Eléments de réponse : PRODUIT SCALAIRE

Ex1:
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ = 0
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ = -16
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = 16 . Si besoin de AC = $4\sqrt{2}$ (Pythagore dans ABC) donc AO = $4\sqrt{2}$
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DB}$ = 16
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DO}$ = 8
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CO}$ = -8
$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$ = 0
$\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AC}$ = 16

Ex2: 1°) $\vec{u}.\vec{v}$ = 0 donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.
2°) $\vec{u}.\vec{v}$ = 10 $\neq$ 0 donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas orthogonaux.

Ex3: 1è méthode : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC}$ = AH $\times$AC où H est le pied de la hauteur issue de B sur [AC].
Il faut calculer le coté du triangle. Notons le a
Pythagore dans AHB , on obtient a² = $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ + 9 , on en déduit a =$\sqrt{12}$ = $2\sqrt{3}$
D'où : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = 6

2è méthode : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = AB $\times$AC $\times$ cos($\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$) = 6.

Ex4 : $\vec{u}.\vec{v}$ = $3\sqrt{3}$

Ex5: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = AB $\times$AC $\times$ cos($\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$) . On en déduit cos($\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$) = 1 et donc que l'angle $\widehat{BAC}$ = 0°

Ex6 : On calcule $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AI}$ = $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}).(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AI})$ =… = 3a² - 3 a² = 0 où a est le coté du carré.
Donc les droites (AJ) et (DI) sont perpendiculaires.

Ex7 : 1°) $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\-1{,}5\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-3{,}75\\-2{,}5\end{pmatrix}$, et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-0{,}75\\-7\end{pmatrix}$.

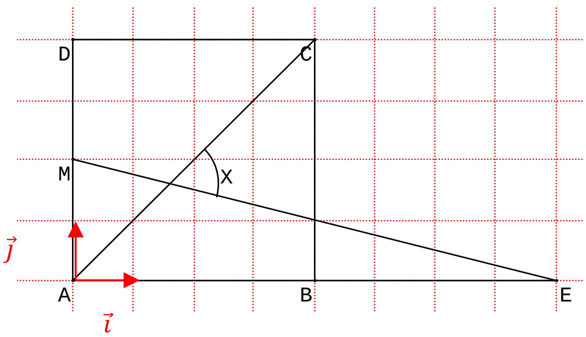
2°) BD = $\sqrt{\frac{325}{16}} = \frac{5\sqrt{13}}{4}$ AC = $\sqrt{52}$

3°) $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\-1{,}5\end{pmatrix}$. xy'-x'y = 0, donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires. Donc A, C, D sont alignés.

4°) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$= 0 . Donc (AC) $\perp$(BD)

5°) L'aire du triangle ABC vaut $\frac{AC\times DB}{2}$ = 16,25

Ex8:

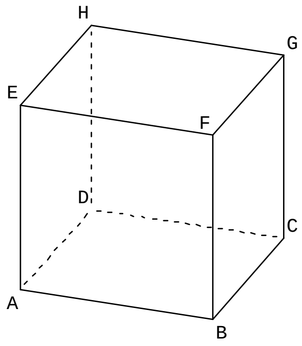


1°)On se place dans un repère orthonormé :
A(0 ;0) , B(4 ; 0) , C(8 ; 0) , C(4 ; 4) , D(0 ; 4) M(0 ; 2)
$\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AC}$ = 24
2°) AC = $4\sqrt{2}$ et ME = $2\sqrt{17}$

3°) $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AC}$ = ME $\times$AC $\times$ cos($\overrightarrow{ME};\overrightarrow{AC}$).
Donc cos($\overrightarrow{ME};\overrightarrow{AC}$) =$\frac{3}{\sqrt{34}}$, donc ($\overrightarrow{ME};\overrightarrow{AC}$) $\simeq$ 59° et donc X $\simeq$ 59°

Produit scalaire dans l'espace :

Ex9:



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = a²
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DH}$ = 0
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG}$ = a²
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ = a²
$\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{EG}$ = 0
$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CE}$ = -2a²
$\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{AC}$ = a²
$\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EG}$ = a²

Ex10 : tétraèdre régulier d'arête a, donc le s4 triangles sont équilatéraux
1°) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$
et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}a^2$
2°) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}) = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 0$

Donc les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.