Terminale -> Devoirs de vacances
Préparation à la spécialité mathématiques

Le programme de la spécialité mathématique de Terminale est chargé et le rythme de progression est rapide. On ne peut pas se permettre non plus de « gaspiller » en début d'année deux semaines pour « dérouiller » les mécanismes de calcul.

C'est pourquoi il est impératif d'être prêt le jour de la rentrée et d'avoir fait un minimum d'entraînement.
Inutile donc de faire les exercices en juin… mais il ne faut pas attendre le mercredi 1er septembre pour s'y mettre.

➔ Les exercices 1, 2, 3 et 4 sont à chercher.
Les corrigés de certaines questions seront déposés sur le site du lycée en fin de vacances.
-> A vous de les corriger en autonomie.

➔ Les autres questions seront reprises en classe **dès le 1er cours de mathématiques**.

➔ Ces notions feront l'objet **de courtes évaluations** et/ou de questions flash lors des premières séances

Exercice 1 ***Polynômes***

Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes.

(1) $x^2 + 2x - 3 = 0$ **(3)** $x^2 + 2x + 2 = 0$ **(5)** $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 > 0$

(2) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$ **(4)** $-3x^2 - 2x + 2 \geq 0$ **(6)** $-3x^2 + x - 2 < 0$

Exercice 2 ***Étude de fonctions***

Déterminer le sens de variations des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ **3.** $f(x) = (2 - x)\,e^x$

2. $f(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 + 3}$ **4.** $f(x) = e^{2x} - 2x$

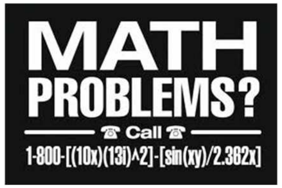
Exercice 3 ***Suite arithmético-géométrique***

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5\,000$ et pour tout $n \in$ IN, $u_{n+1} = 1{,}03\,u_n + 300$.

On considère la suite (v_n) définie, pour tout $n \in$ IN, par $v_n = u_n + 10\,000$.

1. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.

2. En déduire v_n, puis u_n, en fonction de n.



Exercice 4 ***Suites numériques***

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 1{,}25$.

1. On considère la fonction suivante écrite en Python.

```python
def suite(n):
    u=1
    for i in range(1,n+1):
        u=u+1.25
    return u
```

a. Tester cette fonction « à la main » <u>pour n = 5</u> en complétant le tableau ci-dessous décrivant l'évolution des variables au cours de l'exécution de la fonction.

i						
u	1					

b. La tester aussi sur calculatrice ou sur ordinateur (EduPython*) pour n = 5, puis pour n = 1000.

c. Quel est le rôle de cette fonction.

2. **a.** Donner l'expression de u_n en fonction de n.

b. En déduire le plus petit entier n tel que $u_n \geq 10^9$.

3. Calculer $\sum_{k=0}^{1000} u_k = u_0 + u_1 + \ldots + u_{1000}$.

Partie B

Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 10\,000$ et de raison $q = \frac{3}{4}$

1. **a.** Donner l'expression de v_n en fonction de n.

b. En déduire v_{10}.

2. Écrire un programme en python permettant de déterminer le plus petit entier n tel que :

$$v_n \leq 10^{-9}.$$

L'exécuter sur calculatrice ou sur ordinateur et donner la valeur cherchée.

3. Calculer $\sum_{k=0}^{1000} v_k$.

*Télécharger la distribution Edupython à partir du site :
https://edupython.tuxfamily.org/

Devoir à la maison n° 1

À faire sur une feuille indépendante
À rendre lors de la première séance de mathématiques

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = (x^2 - 2x + 1)\, e^x$
On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer $f'(x)$ et en déduire les variations de f sur IR.

2. Montrer qu'une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0 est $y = -x + 1$

3. On note h la fonction définie sur IR par $h(x) = f(x) - (-x + 1)$.

a. Montrer que h(x) peut s'écrire : $h(x) = (x - 1) \times g(x)$ avec $g(x) = (x - 1)\, e^x + 1$.

b. Justifier tous les éléments donnés dans le tableau de variations de g.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$	0	$\nearrow$	

c. En déduire le signe de g sur IR.

d. En déduire les positions relatives de C_f et T en précisant les points d'intersections.

Exercice 6 ***Suites numériques***

Aujourd'hui les chardons ont colonisé 300 m^2 d'un jardin. Chaque semaine, la surface envahie augmente de 4 % par développement des racines auquel s'ajoutent 13 m^2 dus à la dissémination des graines.

On note u_n l'aire du jardin, en m^2, envahie par les chardons dans n semaines.

1. Indiquer la valeur de u_0 et justifier que, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}04\, u_n + 13$.

2. (v_n) est la suite définie sur IN par $v_n = u_n + 325$.
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
Préciser son premier terme et sa raison.

3. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire u_n en, fonction de n.

4. Tester la fonction écrite en Python ci-contre et interpréter le résultat.

```python
def seuil():
    u = 300
    n = 0
    while u < 600:
        u = 1.04*u+13
        n = n+1
    return n
```