

Ex1 : Déterminer l'ensemble de définition de f puis calculer $f'(x)$.

a) $f(x) = -2$	f) $f(x) = (2 - 3x)(x^2 - 4)$
b) $f(x) = -6x + 5$	g) $f(x) = \frac{1}{2x-3}$
c) $f(x) = \frac{2}{5}x^2 - 7x + 4$	h) $f(x) = \frac{5x-4}{2x+4}$
d) $f(x) = 8x^4 - x^3 + 3x^2 - 5x + 8$	i) $f(x) = \frac{3-8x}{5x^2-3x-2}$
e) $f(x) = 2 - 7x + \frac{1}{x}$	j) $f(x) = x\sqrt{x}$

Ex2 : Le bénéfice, en centaines d'euros, réalisé par une société pour un nombre x d'articles vendus est donné par la relation :

$$B(x) = -0,04x^2 + 10,8x - 104$$

1°) Etudier les variations de la fonction bénéfice B sur l'intervalle $[0 ; 300]$.

2°) En déduire le nombre d'articles correspondant à un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice ?

3°) Déterminer pour quelles quantités d'articles la société est bénéficiaire.

Ex3 : Dans chacun des cas suivants, dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur son ensemble de définition :

1°) $f(x) = x^3 - 3x + 2$

2°) $f(x) = \frac{5x-1}{x-2}$

3°) $f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 2$

Ex4 : Pour un produit donné, le coût C , en milliers d'euros, en fonction du nombre x de pièces produites, est donné par :

$$C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,6x + 15 \text{ pour } x \text{ compris entre } 0 \text{ et } 30.$$

Chaque pièce est vendue 2,7 milliers d'euros.

1°) Pour 10 pièces produites et vendues, calculer le coût de fabrication, la recette et le bénéfice réalisés.

2°) Exprimer, en milliers d'euros, la recette $R(x)$ pour x pièces vendues.

3°) Représenter sur la calculatrice les courbes des fonctions C et R . Conjecturer alors la quantité x de pièces à produire et à vendre pour que le bénéfice soit maximal.

4°) Déterminer l'expression du bénéfice $B(x)$.

5°) Etudier les variations B sur $[0 ; 30]$. Quelle production assure un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice maximal ?

Ex5 : f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 7$ et Cf sa courbe représentative dans un repère du plan. T est la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1.

1°) En utilisant la figure ci-contre, conjecturer la position relative de C et de T .



2°) On se propose de démontrer ce résultat.

a) Calculer $f'(x)$. b) Déterminer une équation de T .

c) Vérifier que, pour tout nombre réel x : $f(x) - (3x - 3) = (x - 1)^2(x - 4)$.

d) Etudier le signe de $(x - 1)^2(x - 4)$. En déduire la position de Cf par rapport à T .

