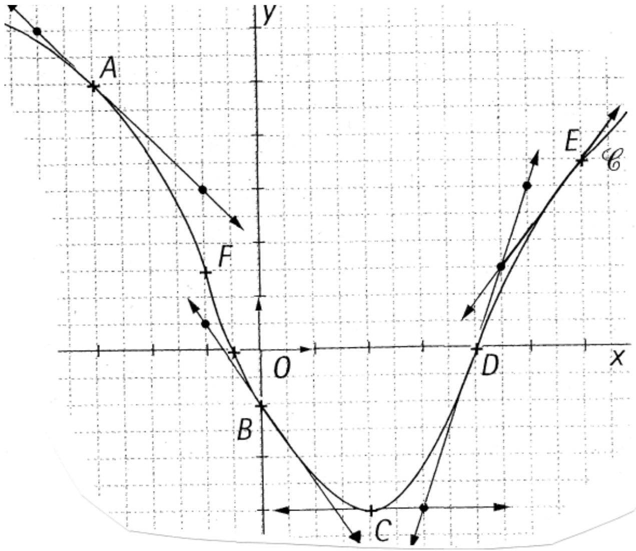
AP 1S <u>Dérivation et Etudes de fonctions</u>

<u>Ex1</u> : On considère la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, représentée par la courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous et quelques tangentes.



1°) Lire graphiquement :
f(2) ; f(4) ; f(6) ; f(-3) ; f(0),
ainsi que : f'(2) ; f'(4) ; f'(6) ;
f'(-3) et f'(0).

2°) Donner l'équation de la tangente au point B?

3°) Calculer l'équation de la tangente au point D?

4°) Résoudre graphiquement :
f'(x) > 0.

<u>Ex2</u> : Dans chaque cas,
étudier le sens de variation des fonctions f sur l'intervalle I donné.

1°) f(x) = $x^2 + 3x - 1$ I = $\mathbb{R}$

2°) f(x) = $\frac{x+2}{x-3}$ I = [-3 ; 3[

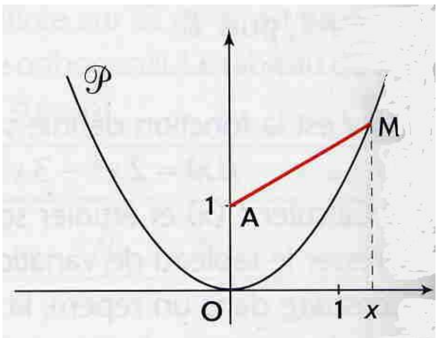
3°) f(x) = $2x^3 - 3x^2 - 1$ I = $\mathbb{R}$

<u>Ex3</u> : La fonction f est définie sur]0 ; +∞[par f(x) = $\frac{2x^3 - x^2 + 1}{x^2}$

1°) Montrer que : f'(x) = $\frac{2(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$

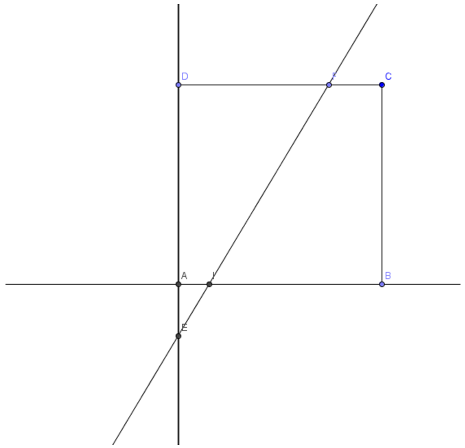
2°) Étudier les variations de f.

<u>Ex4</u> : Dans un repère orthonormal , $\mathscr{P}$ est la parabole d'équation $y = x^2$.
On note A le point de coordonnées (0 ; 1) et M le point de $\mathscr{P}$ d'abscisse x .



1°) Montrer que : $AM^2 = x^4 - x^2 + 1$.
2°) f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
f(x) = $x^4 - x^2 + 1$
a) Calculer la dérivée, f'(x) et étudier son signe.
b) Dresser le tableau de variation de f.
3°) a) Déterminer les positions de M pour lesquelles AM est minimal .
b) Calculer cette distance minimale.

<u>Ex5 :</u> On considère un carré ABCD de côté 1.
On place un point F sur [DC] et on pose $CF = x$. On place un point E sur la droite (AD), à l'extérieur du carré, tel que $AE = x$.
Soit I le point d'intersection de (AB) et (EF).
1°) A quel intervalle appartient x ?
2°) Démontrer que $AI = \frac{x-x^2}{x+1}$.
3°) Déterminer la position du point E pour que la distance AI soit maximale.
4°) Déterminer la position du point E qui rend l'aire du triangle AIE maximale.



<u>Ex6 :</u> Un laboratoire pharmaceutique fabrique un produit solide conditionné sous forme d'un petit parallélépipède rectangle dont le volume est de 576 mm^3.
On note y sa hauteur (en mm). Ses autres dimensions sont x et $2x$.
Faire un schéma.

1°) Montrer que $y = \frac{576}{2x^2}$.
2°) Montrer que la surface totale du parallélépipède rectangle est :
$$\boldsymbol{S(x) = 4x^2 + \frac{1728}{x}}.$$
3°) Montrer que pour tout x réel on a : $8x^3 - 1728 = (2x - 12)(4x^2 + 24x + 144)$.
3°) On considère x dans l'intervalle $[3; 12]$. Etudier les variations de S et en déduire la valeur de x pour laquelle $S(x)$ est minimale.