AP 2nde FONCTIONS POLYNOMES DU SECOND DEGRE 1

Exercice 1 :

1°) Donner le tableau de variation de la fonction carré sur l'intervalle [-2 ; 3].

2°) Comment s'appelle la courbe représentative de la fonction carré sur $\mathbb{R}$? Quelle propriété géométrique possède-t-elle ?

3°) Donner les images de 2 ; -6 et $\frac{1}{2}$ par la fonction carré, notée f.

4°) Donner le ou les antécédents de 25 ; -4 ; 4 ; 0 et 7.

5°) Utiliser la table de la calculatrice pour compléter ce tableau sur [-3 ; 3] avec un pas de 0,5.

x	-3												
x^2													

Exercice 2 : Dans chacun des cas suivants, donner l'intervalle décrit par x^2. Justifier chaque réponse convenablement.

1°) $x > 2$ 2°) $x \leq -4$ 3°) $-2 < x < 1$

4°) $x > -1$ 5°) $x < 2\sqrt{2}$ 6°) $-\frac{1}{4} \leq x \leq 1$

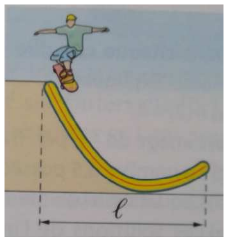
7°) $-10 \leq x \leq 10$ 8°) $x \geq \sqrt{7}$

Exercice 3 : Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a) $x^2 \geq 25$ b) $x^2 \leq 16$

c) $x^2 \leq -3$ d) $1 \leq x^2 \leq 9$

Exercice 4 : Ce tremplin a la forme de la parabole de la fonction carré dans un repère orthonormé (unité : 1 m). Il est haut de 0,5 m d'un coté et de 2 m de l'autre. Calculer une valeur approchée au centième près de sa largeur ℓ en mètres.



Exercice 5 : Les fonctions suivantes sont-elles des fonctions du 2nd degré ?

f(x) = $-2(x-4)^2 + 3$ g(x) = $x^2 + 2x^3$

h(x) = $-x + 5x^2 - 2$ i(x) = $-2x^2 + 6$

k(x) = $-3x + 1$

Exercice 6 : Dans chacun des cas suivants, donner les coordonnées du sommet de la parabole.

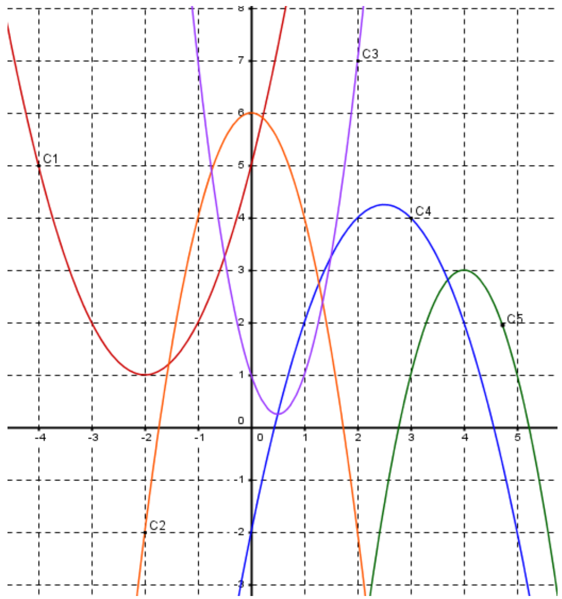
1°) f(x) = $2x^2 - 6x + 7$ 2°) g(x) = $-3x^2 + 9x + 1$

3°) h(x) = $x^2 + 5x - 3$ 4°) i(x) = $5x^2 + 3x - 7$

5°) j(x) = $3x^2 - 8$ 6°) k(x) = $-2x^2 + 5x$

Exercice 7 :

1°) Dans chacun des cas suivants, donner les coordonnées du sommet de la parabole correspondant à chaque fonction et dresser le tableau de variation de ces fonctions.



f(x) = $3x^2 - 3x + 1$

g(x) = $(x+2)^2 + 1$

h(x) = $-x^2 + 5x - 2$

i(x) = $-2x^2 + 6$

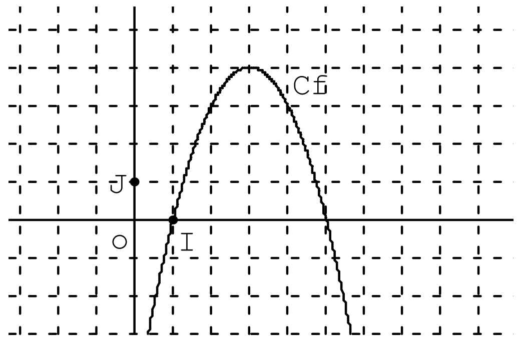
j(x) = $-2(x-4)^2 + 3$

2°) Donner l'axe de symétrie de chacune des paraboles précédentes.

3°) Associer chaque courbe ci-contre à la bonne fonction.

Exercice 8:

Soit f la fonction ayant pour courbe représentative la parabole dessinée ci-contre.



1°) Donner les coordonnées du sommet de cette parabole.

2°) Résoudre graphiquement l'équation f(x) = 0.

3°) Compléter les pointillés dans l'expression de f(x) = a (x – ...)(x – ...)
4°) En utilisant les coordonnées du sommet, déduire l'expression de f(x).

Exercice 9 :
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $-(x-3)^2+4$. P est sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
A l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient :

-(x-3)²+4	
Développer:	$-x^2+6x-5$
-(x-3)²+4	
Factoriser:	$-(x-5)(x-1)$

1°) En indiquant la forme la plus adaptée et avec des calculs, répondre aux questions suivantes :

a) En quel point la courbe P coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?
b) En quels points la courbe P coupe-t-elle l'axe des abscisses ?
c) Donner les coordonnées du sommet S de la parabole.
d) Quel est l'extremum de la fonction f. Pour quel nombre x est-t-il atteint ?

2°) Placer les points que vous aurez trouvé dans les questions précédentes puis tracer la parabole P.

Exercice 10 : Une entreprise produit des appareils électroménagers. Le coût de production de x appareils est donné en euros par $C(x) = x^2 + 50x + 100$ pour x compris entre 5 et 40.
1°) L'entreprise vend chaque appareil 100 euros. Quel est le prix de vente de x appareils ?
2°) Le bénéfice est égal à la différence entre le prix de vente et le coût de production.
a) Montrer que le bénéfice réalisé par la fabrication et la vente de x objets est égal à B(x) = $-x^2 + 50x - 100$ pour x appartenant à l'intervalle [5 ; 40].
b) Calculer le bénéfice réalisé par la fabrication et la vente de 10 objets, puis de 40 objets.
c)Dresser le tableau de variations de la fonction B.
d) Quel est le nombre d'appareils à produire pour que le bénéfice de l'entreprise soit maximal ?

Exercice 11 : Résoudre les inéquations suivantes :
1°) $(3x+1)(2x+4) < 0$ 2°)$(-2x+1)(x-4) \leq 0$ 3°) $3x(1-x) > 0$
4°) $(-x+3)(-2x-5) \geq 0$ 5°) $(-7x+3)(2-x)(5x+3) < 0$
6°) $(-3x+1)(3-2x) > 0$ 7°) $(5x+2)(2x-4) \geq 0$

Exercice 12 : On considère la fonction définie sur r par f(x) = $4(x-1)^2 - 16$.
1°) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
2°) Montrer que f(x) = $(2x-6)(2x+2)$
3°) Résoudre f(x) ≤ 0.

Exercice 13 : Une entreprise propose des objets que d'autres sociétés peuvent faire personnaliser comme support publicitaire. Les contraintes de fabrication imposent une production comprise entre 100 et 1200 unités.
Soit B la fonction bénéfice définie par : B(x) = $-0{,}002x^2 + x - 120$ en centaines d'euros.
1°) Quel est le bénéfice réalisé pour la fabrication de 750 objets.
2°) Déterminer le bénéfice maximal réalisé.
3°) Montrer que B(x) = $(-0{,}002x + 0{,}4)(x - 300)$.
4°) Résoudre B(x) > 0. Interpréter.

Exercice 14 : Une chaîne d'hôtel désire orienter ses investissements : elle réalise une analyse sur le bénéfice B(x) de chaque hôtel, en fonction du taux d'occupation des chambres x exprimé en %.
Pour x appartenant à [0 ; 100], on a : B(x) = $-x^2 + 90x + c$.
1°) Calculer c sachant que pour un taux d'occupation de 50 %, le bénéfice est de 75 €.
2°) Dresser le tableau de variations de la fonction B.
3°) Pour quelle valeur de x le bénéfice est-il maximal ? Quel est ce bénéfice maximal ?
4°) a) Montrer que pour tout réel x B(x) = $(-x+35)(x-55)$.
b) Déterminer le seuil de rentabilité, c'est-à-dire le taux pour lequel le bénéfice est nul.
c) Résoudre B(x) > 0. Interpréter le résultat.