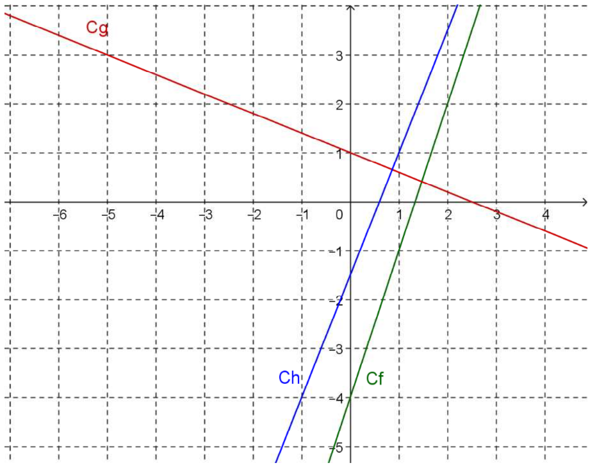
AP 2nde CORRIGÉ :FONCTIONS AFFINES-EQUATIONS DE DROITES 1

Exercice 1 :

f(x) = 3 x - 4 ; g(x) = $-\frac{2}{5}x + 1$

et h(x) = $\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$



Exercice 2 :

1°) d1 : m = $\frac{V}{H} = \frac{-1}{3}$ et p = 1

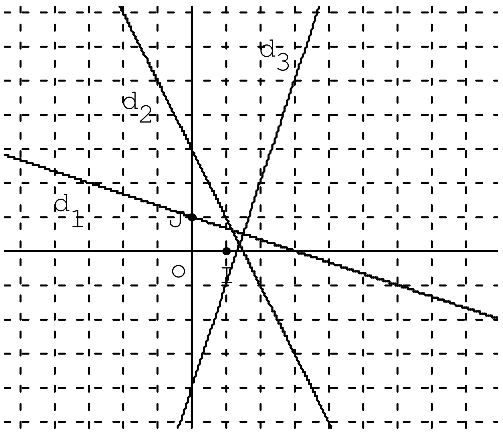
$f_1(x) = -\frac{1}{3}x + 1$

2°) d_2 : m = $\frac{V}{H} = \frac{-4}{2}$ = -2 et p = 3

$f_2(x) = -2x + 3$

3°) d_3 : m = $\frac{V}{H} = \frac{3}{1}$ = 3 et p = -4

$f_3(x) = 3x - 4$



Exercice 3 :

1°)

Tableau de signes : f(x) = 4 x – 2

On résout 4 x – 2 = 0

4 x = 2 $x = \frac{1}{2}$

x	-∞		$\frac{1}{2}$		+ ∞
f(x)		–	0	+	

car m = 4 > 0 (du signe de m à droite du zéro)

Tableau de variations : f(x) = 4 x – 2

x	-∞	+∞
f(x)	↗	

car m = 4 > 0

Quand m est positif, une fonction affine est croissante sur ℝ .

La fonction f est croissante sur ℝ .

2°)

Tableau de signes : g(x) = – 3 x + 7

On résout – 3 x + 7= 0

–3 x = –7

$x = \frac{7}{3}$

x	-∞		$\frac{7}{3}$		+ ∞
g(x)		+	0	–	

car m = –3 ≤ 0 (du signe de m à droite du zéro)

Tableau de variations : g(x) = – 3 x + 7

x	-∞	+∞
g(x)	↘	

car m = –3 ≤ 0

Quand m est négatif, une fonction affine est décroissante sur ℝ .

3°)

Tableau de signes : h(x) = 7 x + 4

On résout 7 x + 4 = 0

7 x = – 4

$x = -\frac{4}{7}$

x	-∞		$-\frac{4}{7}$		+ ∞
f(x)		–	0	+	

car m = 7 > 0

Tableau de variations : h(x) = 7 x + 4

x	-∞	+∞
f(x)	↗	

car m = 7 > 0

4°)

Tableau de signes : i(x) = – 3 x – 5

On résout – 3 x – 5 = 0

–3 x = 5

$x = -\frac{5}{3}$

x	-∞		$-\frac{5}{3}$		+ ∞
g(x)		+	0	–	

car m = –3 ≤ 0

Tableau de variations : i(x) = – 3 x – 5

x	-∞	+∞
g(x)	↘	

car m = –3 ≤ 0

5°)

Tableau de signes : j(x) = $\frac{1}{2}x + 5$

On résout $\frac{1}{2}x + 5 = 0$

$\frac{1}{2}x = -5$ $x = -10$

x	-∞		– 10		+ ∞
f(x)		–	0	+	

car m = $\frac{1}{2}$ > 0

Tableau de variations : j(x) = $\frac{1}{2}x + 5$

x	-∞	+∞
f(x)	↗	

car m = $\frac{1}{2}$ > 0

6°)

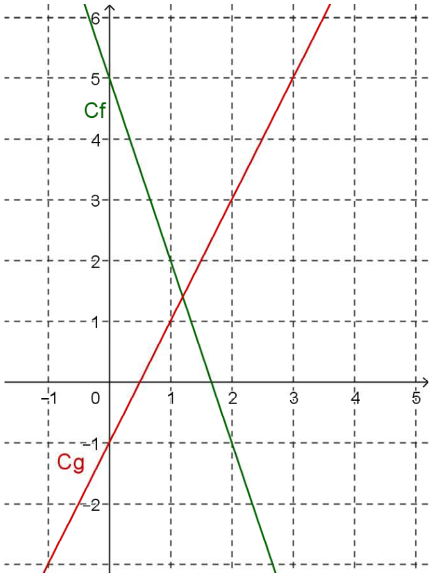
Tableau de signes : $k(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{7}$ On résout $-\frac{1}{3}x - \frac{2}{7} = 0$ $-\frac{1}{3}x = \frac{2}{7}$ $x = -\frac{2}{7} \times 3 = -\frac{6}{7}$	Tableau de variations : $k(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{7}$

x	$-\infty$		$-\frac{6}{7}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

car $m = -\frac{6}{7} \leq 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	↘	

car $m = -\frac{6}{7} \leq 0$



Exercice 4 :

1°) $f(x) = -3x + 5$ et $g(x) = 2x - 1$.

2°) Par lecture graphique :

a) Les droites se coupent en $x \simeq 1{,}2$

Donc S = {1,2}

b) $f(x) = 4$

S = {0,3}

c) $f(x) > g(x)$

On regarde quand C_f est au-dessus de Cg:

S =]-∞ ; 1,2[

d) $f(x) \leq 3$

S = [0,7 ; +∞[

e) $g(x) > -1$

S =]0 ; +∞[

3°)

a) $f(x) = g(x)$ $-3x + 5 = 2x - 1$ $-3x - 2x = -1 - 5$ $-5x = -6$ $x = \frac{6}{5} = 1{,}2$ S = {1,2}	b) $f(x) = 4$ $-3x + 5 = 4$ $-3x = 4 - 5$ $-3x = -1$ $x = \frac{1}{3}$ $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$	c) $f(x) > g(x)$ $-3x + 5 > 2x - 1$ $-3x - 2x > -1 - 5$ $-5x > -6$ $x < \frac{6}{5}$ donc $x < 1{,}2$ S =]-∞ ; 1 ,2[
d) $f(x) \leq 3$ $-3x + 5 \leq 3$ $-3x \leq 3 - 5$ $-3x \leq -2$ $x \geq \frac{-2}{-3}$ $x \geq \frac{2}{3}$ $S = \left[\frac{2}{3} ; +\infty\right[$	e) $g(x) > -1$ $2x - 1 > -1$ $2x > 0$ $x > 0$ S =]0 ; +∞[	

Tous les résultats du 1°) sont cohérents avec le 2°).

Exercice 5 :

a) *Pour (AB) : La droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées (car $x_A \neq x_B$), donc (AB) : $y = m\,x + p$

où $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-4}{-5-(-1)} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$ et $p = y_A - m \cdot x_A = 4 - \frac{1}{4} \times (-1) = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

Donc (AB) : $y = \frac{1}{4}x + \frac{17}{4}$ ou (AB) : $y = 0{,}25\,x + 4{,}25$

*Pour (AC) : La droite (AC) est parallèle à l'axe des ordonnées (car $x_A = x_B = -1$), donc (AC) a une équation de la forme $x = c$.
Ici (AC) : $x = -1$

b) D'après a) (AB) : $y = 0{,}25\,x + 4{,}25$.
Pour vérifier si E appartient à la droite (AB), on vérifie si y_E est égal ou pas à $0{,}25\,x_E + 4{,}25$.
On a : $0{,}25\,x_E + 4{,}25 = 0{,}25 \times 1 + 4{,}25 = 4{,}5 \neq y_E$. Donc E ∉ (AB)

Exercice 6 :

Pour d_1 : p = 3 et m = -1.

Donc d_1 : $y = -x + 3$

Pour d_2 : p = -2 et m = $\frac{3}{4}$.

Donc d_2 : $y = \frac{3}{4}x - 2$

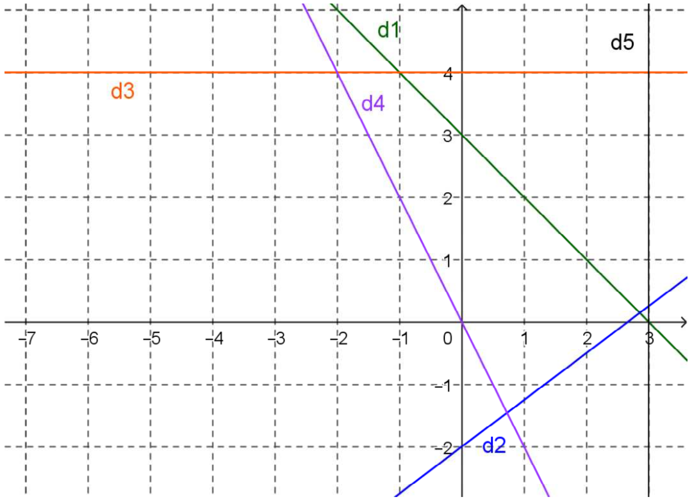
Pour d_3 : p = 4 et m = 0.

Donc d_3 : $y = 0\,x + 4$, soit d_3 : $y = 4$

Pour d_4 : p = 0 et m = -2.

Donc d_4 : $y = -2\,x$

Pour d_5 : $x = 3$.



Exercice 7:

1°) d_1 : $y = -3\,x - 1$

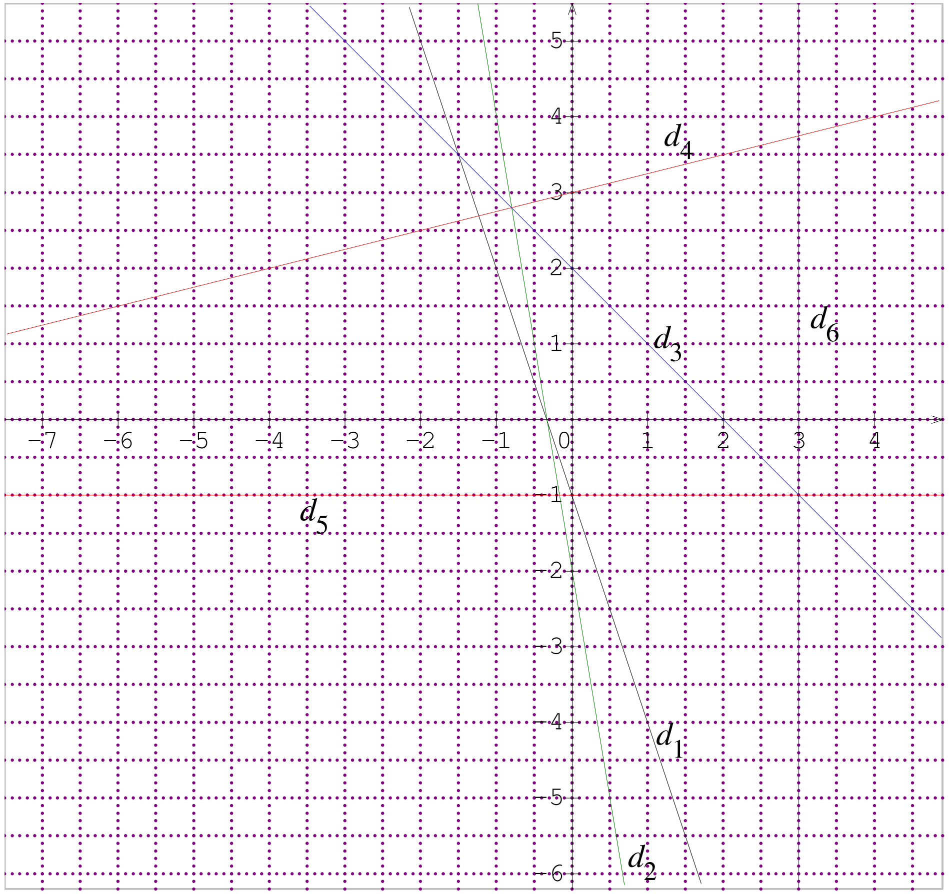
2°) d_2 : $y = -6\,x - 2$

3°) d_3 : $y = 2 - x$

4°) d_4 : $y = \frac{1}{4}x + 3$

5°) d_5 : $y = -1$

6°) d_6 : $x = 3$



Exercice 8: a)(d) : $y = -2\,x + 5$: le coefficient directeur m vaut -2
L'ordonnée à l'origine p vaut 5

b) (d) : $x = 6$. (d) n'a pas de coefficient directeur, ni ordonnée à l'origine, puisqu'elle est parallèle à l'axe des ordonnées.

c) (d) : $y = 1 - x$: coefficient directeur m = -1
ordonnée à l'origine p = 1

d) = (AB) avec A(-7 ; -3) et B(8 ; -3)
La droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées (car $x_A \neq x_B$),

donc (AB) : $y = m\,x + p$

où m = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-3+3}{8+7} = 0$ et p = y_A – m . x_A = -3 - 0 × (-7) = -3

Donc (AB) : $y = 0x - 3$ ou (AB) : $y = -3$.

coefficient directeur m = 0
ordonnée à l'origine p = -3

<u>Exercice 9</u> :

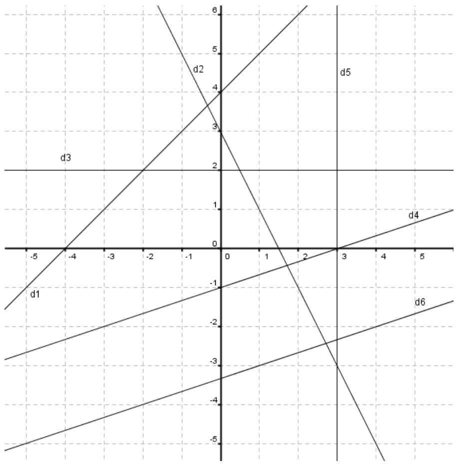
a) (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées (car $x_A \neq x_B$),

donc (AB) : y = m x + p où m = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7-0}{0-7} = -1$
et p = y_A – m . x_A = 7– (-1) x 0 = 7 Donc (AB) : $y = -x + 7$

b) Réponse : (AB) : $x = 8$

c) Réponse : (AB) $y = 2x - 4$ d) Réponse :(AB) : $y = -x + 4035$

<u>Exercice 10</u> :



Pour d_1 : p = 4 et m = 1. Donc d_1 : $y = x + 4$

Pour d_2 : p = 3 et m = -2.
Donc d_2 : $y = -2x + 3$

Pour d_3 : p = 2 et m = 0.
Donc d_3 : $y = 0x + 2$, soit d_3 : $y = 2$

Pour d_4 : p = -1 et m = $\frac{1}{3}$.
Donc d_4 : $y = \frac{1}{3}x - 1$

d_5 est parallèle à l'axe des ordonnées, donc d_5 : $x = 3$

Pour d_6 : p ≃ -3,3 et m = $\frac{1}{3}$. Si on veut une valeur exacte de p, on le calcule en prenant un point sur la droite :A(1 ; -3) ∈ d6 , alors p = y_A – m . x_A = -3 - $\frac{1}{3}$ x 1

$= -3 - \frac{1}{3} = -\frac{9}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{10}{3}$

Donc d_6 : $y = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$

<u>Exercice 11</u> :

(d_1) : $2x - 4 = 0$
$2x = 4$
$x = 2$

(d_2) : $2y + 3x - 3 = 0$
$2y = -3x + 3$
$y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

(d_3) : $-4y + 6x = 5$
$-4y = -6x + 5$
$y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$

(d_4) : $x = 2$

(d_5) : $-4y + 6x - 1 = 0$
$-4y = -6x + 1$
$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

(d_1) ∥ (d_4) car toutes 2 parallèles à l'axe des ordonnées

(d_3) ∥ (d_5) car elles ont le même coefficient directeur m = $\frac{3}{2}$

<u>Exercice 12</u> :

a) Coefficient directeur de la droite (AB) : m = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-2}{-1-1} = \frac{4}{-2} = -2$.
Or (d) ∥ (AB), donc (d) a pour coefficient directeur m = -2 et comme C ∈ (d),
alors p = y_C – m . x_C = 1 –(-2)x3 = 1 + 6 = 7.
Donc (d) : $y = -2x + 7$.

b) De même coefficient directeur de (AB) : m = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-3}{5+1} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$
Donc (d) : $y = -\frac{1}{3}x$ + p avec p = y_C – m . x_C = 4 + $\frac{1}{3}$ x 3 = 4 + 1 = 5
Donc (d) : $y = -\frac{1}{3}x + 5$.

<u>Exercice 13</u> : 1°) Le coefficient directeur de (AB) est : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$

Le coefficient directeur de (CD) est : $m_{(CD)} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{27-12}{10+5} = \frac{15}{15} = 1$.

Comme $m_{(AB)} = m_{(CD)}$, alors les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2°) De même $m_{(AB)} = \frac{0-6}{6+2} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{2}$. Donc (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées et la droite (CD) est parallèle à l'axe des ordonnées (car $x_C = x_D$) .
On en déduit que (AB) ∦ (CD).

3°) De même le coefficient directeur de (AB) est : $m_{(AB)} = \frac{0-6}{6+2} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

Le coefficient directeur de (CD) est : $m_{(CD)} = \frac{3+12}{-10-10} = \frac{15}{-20} = -\frac{3}{4}$

Comme $m_{(AB)} = m_{(CD)}$, alors les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 14 : Plusieurs méthodes sont possibles : on peut regarder si les 2 droites sont parallèles (même coefficient directeur ou toutes 2 parallèles à l'axe des ordonnées)
ou trouver une équation de (AB), puis vérifier si le point C appartient ou pas à (AB)
ou trouver une équation de (AC), puis vérifier si le point B appartient ou pas à (AB) ou …

1°) $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-2}{0-6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$ et $m_{(AC)} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{6-2}{-2-6} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$
Donc (AB) ∥ (AC), donc A, B et C sont alignés.

2°) (AB) non parallèle à l'axe des ordonnées, alors que (AC) parallèle à l'axe des ordonnées.
Donc (AB) ∦ (AC), donc A, B et C ne sont pas alignés.

3°) (AB) et (AC) sont toutes 2 parallèles à l'axe des ordonnées, elles sont donc parallèles.
Donc A, B et C sont alignés.

4°) $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-200}{1-100} = \frac{-195}{-99} = \frac{65}{33} \simeq 1{,}97$ et
$m_{(AC)} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{190-200}{-99-100} = \frac{-10}{-199} = \frac{10}{199} \simeq 0{,}05$. Donc $m_{(AB)} \neq m_{(AC)}$.
Donc (AB) ∦ (AC), donc A, B et C ne sont pas alignés.

Exercice 15 : 1°) $m_{(d)} = -5$ et $m_{(d')} = 7$, donc $m_{(d)} \neq m_{(d')}$, donc (d) ∦ (d').
Pour trouver l'intersection, on résout $-5x + 3 = 7x - 9$

$-5x - 7x = -3 - 9$

$-12x = -12$ donc $x = 1$ et alors $y = -5x + 3 = -5 \times 1 + 3 = -2$

Donc (d) et (d') sont sécantes au point I(1 ; -2).

2°)

$$\begin{aligned}(d) : 3x + 4y &= -2 \\ 4y &= -3x - 2 \\ y &= -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}-6x + 2y &= 9 \\ 2y &= 6x + 9 \\ y &= 3x + \frac{9}{2}\end{aligned}$$

De même, on trouve (d) et (d') sécantes au point $I(-\frac{4}{3} ; \frac{1}{2})$.

3°) On trouve : (d) : $y = \frac{1}{3}x - \frac{11}{3}$ et (d') : $y = -2x + 1$
(d) et (d') sont sécantes en I(2 ; -3).

Exercice 16 : (d) : $y = -7x + 12$
1°) $-7x_A + 12 = -7 \times (-4) + 12 = 28 + 12 = 40 = y_A$. Donc A ∈ (d).
$-7x_B + 12 = -7 \times 70 + 12 = -490 + 12 = -478 \neq y_B$. Donc B ∉ (d).
$-7x_C + 12 = -7 \times \frac{1}{3} + 12 = \frac{29}{3} = y_C$. Donc C ∈ (d).
$-7x_E + 12 = -7 \times 1{,}714 + 12 = 0{,}002 \neq y_E$. Donc E ∉ (d).

2°) Puisque P ∈ (d) et $x_P = 2$, alors $y_P = -7x_P + 12 = -7 \times 2 + 12 = -2$
Donc P(2 ; -2) ∈ (d).

3°) R ∈ (d) et $y_R = 2$ et $y_R = -7x_R + 12$, on résout $2 = -7x_R + 12$
$7x_R = 12 - 2$, donc $x_R = \frac{10}{7}$.
Donc $R(\frac{10}{7} ; 2)$

4°)*Intersection entre (d) et l'axe des abscisses : on résout $-7x + 12 = 0$
D'où $-7x = -12$ donc $x = \frac{12}{7}$
Donc l'intersection entre (d) et l'axe des abscisses est $S(\frac{12}{7} ; 0)$

*Intersection entre (d) et l'axe des ordonnées : on calcule $-7 \times 0 + 12 = 12$
Donc l'intersection entre (d) et l'axe des ordonnées est T(0 ; 12).

Exercice 17 :

a) On résout $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 3x + 4 \end{cases}$. On résout alors $2x - 1 = 3x + 4$

$2x - 3x = 1 + 4$

$-x = 5$, donc $x = -5$

On peut alors calculer $y = 2 \times (-5) - 1 = -11$ (ou $3 \times (-5) + 4 = -11$)
Donc les 2 droites (d_1) et (d_2) se coupent au point I(-5 ; -11).

b) Si $y = 5$, alors $2x - 1 = 5$, donc $2x = 6$, soit $x = 3$.
Donc (d_1) et (d_2) se coupent au point I(3 ; 5).

c) Si $x = 2$, alors $y = 2 \times 2 - 1 = 3$.
Donc (d_1) et (d_2) se coupent au point I(2 ; 3).

d) $(d_1) : 3x - 5y = 2$

$-5y = -3x + 2$

$y = \frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$

$(d_2) : x + 3y = 5$

$3y = -x + 5$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

On résout $\frac{3}{5}x - \frac{2}{5} = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

$\frac{3}{5}x + \frac{1}{3}x = +\frac{5}{3} + \frac{2}{5}$

$\frac{14}{15}x = \frac{31}{13}$, donc $x = \frac{\frac{31}{15}}{\frac{14}{15}} = \frac{31}{15} \times \frac{15}{14} = \frac{31}{14}$

Et alors $y = = -\frac{1}{3} \times \frac{31}{14} + \frac{5}{3} = -\frac{31}{42} + \frac{70}{42} = \frac{39}{42} = \frac{13}{14}$

Donc (d_1) et (d_2) se coupent au point $I(\frac{31}{14} ; \frac{13}{14})$

Exercice 18 : 1°) *Pour (AB) : La droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées (car $x_A \neq x_B$), donc (AB) : $y = mx + p$

où $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-0}{0-(-2)} = 1$ et $p = y_A - m \,.\, x_A = 0 - 1 \times (-2) = 2$

Donc (AB) : $y = 1x + 2$ donc (AB) : $y = x + 2$

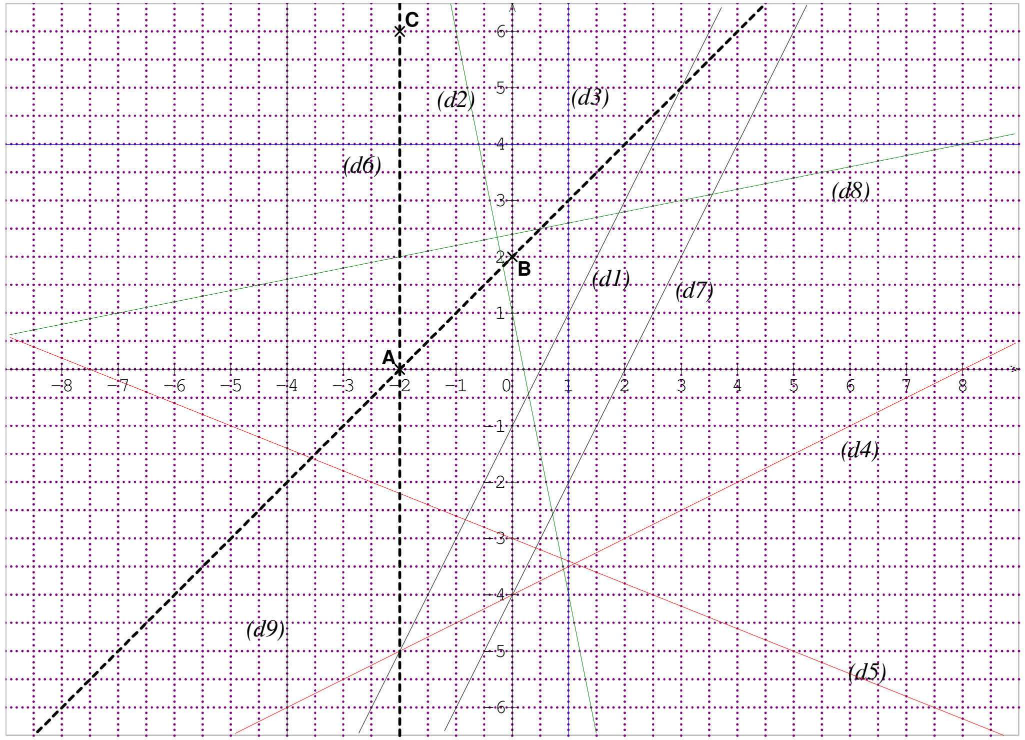
*Pour (AC) : La droite (AC) est parallèle à l'axe des ordonnées (car $x_A = x_B = -2$), donc (AC) a une équation de la forme $x = c$.
Ici (AC) : $x = -2$

2°) 3°) Voir graphique

Pour (d_7) : $4x - 2y = 8$
$4x - 8 = 2y$
Donc $y = 2x - 4$

Pour (d_8) : $x + 12 = 5y$
$y = \frac{1}{5}x + \frac{12}{5}$
$F(3 ; 3) \in (d_8)$
$G(-2 ; 2) \in (d_8)$

Pour (d_9) : $2x + 8 = 0$
$x = -4$



4°) $E(-15 ; 75)$ appartient-il à (d_2) : $y = 1 - 5x$?
D'une part $y_E = 75$ et d'autre part $1 - 5x_E = 1 - 5 \times (-15) = 76$
Donc $y_E \neq 1 - 5x_E$. Donc $E \notin (d_2)$.

5°) On résout : $2x - 1 = 1 - 5x$
Donc $7x = 2$ donc $x = \frac{2}{7}$ et alors $y = 2\frac{2}{7} - 1 = -\frac{3}{7}$
Donc (d_1) et (d_2) sont sécantes en $I(\frac{2}{7} ; -\frac{3}{7})$