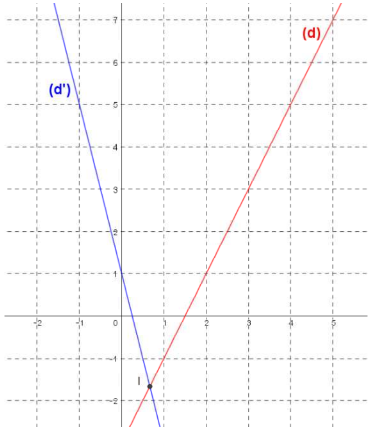
AP 2nde

SYSTEMES 1 CORRIGÉ

Exercice 1 :

1°)



2°) Les 2 droites se coupent au point I de coordonnées I(0,7 ; -1,7)

3°) On résout $2x - 3 = -4x + 1$

donc $2x + 4x = 1 + 3$

donc $6x = 4$ donc $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \simeq 0,67$

On trouve $y = 2x - 3 = 2 \times \frac{2}{3} - 3 = \frac{4}{3} - \frac{9}{3}$

$y = -\frac{5}{3} \simeq -1,67$

.

Donc les 2 droites se coupent en $I(\frac{2}{3} ; -\frac{5}{3})$. (cohérent avec la lecture graphique du 2°)

Exercice 2 :

a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$ Par substitution : $\begin{cases} y = 7 - 2x \\ 3x - 5(7 - 2x) = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 7 - 2x \\ 3x - 35 + 10x = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 7 - 2x \\ 13x - 35 = 4 \end{cases}$ donc $\begin{cases} y = 7 - 2x \\ 13x = 39 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 7 - 2x \\ 13x = 39 \end{cases}$ donc $\begin{cases} y = 7 - 2 \times 3 = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ donc $x = 3$ et $y = 1$

$$S = \{(3 ; 1)\}$$

b) $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 14x + 12y = 35 \end{cases}$ Par substitution : $\begin{cases} x = -3y \\ 14(-3y) + 12y = 35 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -3y \\ -42y + 12y = 35 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -3y \\ -30y = 35 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = -3y \\ y = \frac{-35}{30} = -\frac{7}{6} \end{cases}$

$\begin{cases} x = -3\left(-\frac{7}{6}\right) \\ y = -\frac{7}{6} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -\frac{7}{6} \end{cases}$

$$S = \{\left(\frac{7}{2} ; -\frac{7}{6}\right)\}$$

c) Réponse : S = {(2 ; - 5)}

d) $\begin{cases} 12x + 7y = 109 \\ 8x + 14y = 138 \end{cases}$ Par addition : $\begin{cases} 12x + 7y = 109 & \times(-2) \\ 8x + 14y = 138 \end{cases}$

$\begin{cases} -24x - 14y = -218 \\ 8x + 14y = 138 \end{cases}$ En additionnant les 2 lignes , on obtient

$\begin{cases} -24x + 8x = -218 + 138 \\ 8x + 14y = 138 \end{cases}$ soit $\begin{cases} -16x = -80 \\ 8x + 14y = 138 \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{-80}{-16} = 5 \\ 8 \times 5 + 14y = 138 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5 \\ 14y = 138 - 40 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5 \\ 14y = 98 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{98}{14} = 7 \end{cases}$$

S = {(5 ; 7)}

e) Réponse : S = {(2 ; - 1)}

f) Réponse : S = {($\frac{1}{8}$; $-\frac{5}{8}$)}

g) Réponse : S = {(3 ; - 3)}

h) Réponse : S = {(0 ; -0,5)} .

Exercice 3 : Soit les droites $D: y = 5x - 8$ et $D': y = -2x + 4$.
1°) m(D) = 5 m(D')= -2 . m(D) ≠ m(D') . Donc les droites D et D' ne sont pas parallèles.

2°) On résout : 5 x – 8 = - 2 x + 4
donc 5 x + 2 x = 4 + 8
donc 7 x = 12 donc $x = \frac{12}{7} \simeq 1{,}71$

On trouve y =- 2 x + 4 = $-2 \times \frac{12}{7} + 4 = \frac{-24}{7} + \frac{28}{7} = \frac{4}{7} \simeq -0{,}57$

Donc les 2 droites se coupent en $\mathrm{I}(\frac{12}{7} ; \frac{4}{7})$.

Exercice 4 :
On trouve l'intersection entre (d) et (d') :

On résout : $-2x + 3 = \frac{2}{5}x + 1$
donc $-2x - \frac{2}{5}x = 1 - 3$
donc $-\frac{12}{5}x = -2$ donc $x = -2 \times (-\frac{5}{12}) = \frac{5}{6} \simeq 0{,}83$

On trouve y =- 2 x + 3 = $-2 \times \frac{5}{6} + 3 = \frac{-5}{3} + \frac{9}{3} = \frac{4}{3} \simeq 1{,}33$

Donc les 2 droites se coupent en $\mathrm{I}(\frac{5}{6} ; \frac{4}{3})$.

Reste à vérifier si le point I appartient à la droite (d'') :
$-\frac{4}{5}x_{\mathrm{I}} + 2 = -\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} + 2 = \frac{-2}{3} + 2 = \frac{4}{3} = y_{\mathrm{I}}$
Donc I appartient à la droite (d'').
Donc les 3 droites sont concourantes au point I.

Exercice 5 : C'est un problème de mise en équations :
On nomme les inconnues :
Soit x le nombre de tables et y le nombre de fauteuils.
Le marchand de meubles commande 76 articles à son fabricant, donc $x + y = 76$.

La commande comprend des tables à 67€ l'unité et des fauteuils à 85€ l'unité.
Le montant de la facture s'élève à 5920€. Donc $67x + 85y = 5920$

On obtient le système : $\begin{cases} x + y = 76 \\ 67x + 85y = 5920 \end{cases}$

Par substitution : $\begin{cases} y = 76 - x \\ 67x + 85(76 - x) = 5920 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 76 - x \\ 67x + 6460 - 85x = 5920 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 76 - x \\ -18x = 5920 - 6460 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 76 - x \\ x = \frac{-540}{-18} = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 76 - x = 76 - 30 = 46 \\ x = 30 \end{cases}$

Donc x = 30 et y = 46 S = {(30 ; 46) }

Le marchand a donc commandé 30 tables et 46 fauteuils.

Exercice 6 : Soit x le nombre de cassettes de 90 min et y le nombre de cassettes de 60 min.

On obtient le système : $\begin{cases} x + y = 8 \\ 90x + 60y = 600 \end{cases}$ car 10h = 10 ×60 min = 600 min

Par substitution : $\begin{cases} y = 8 - x \\ 90x + 60(8 - x) = 600 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 8 - x = 8 - 4 = 4 \\ x = \frac{120}{30} = 4 \end{cases}$

Donc x = 4 et y = 4 S = {(4 ; 4) }

Florent a donc 4 cassettes de chaque sorte.

Exercice 7 : Soit x la longueur du terrain initial et y sa largeur.

On obtient le système : $\begin{cases} 2(x+y) = 110 \\ (x-1)(y+1) = xy+4 \end{cases}$

$\begin{cases} (x+y) = 55 \\ xy + x - y - 1 = xy + 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y = 55 \\ x-y-1 = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y = 55 \\ x-y = 5 \end{cases}$

Par substitution : $\begin{cases} y = 55 - x \\ x - (55-x) = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 55 - x = 55 - 30 = 25 \\ x = \frac{60}{2} = 30 \end{cases}$

Donc x = 30 et y = 25   S = {(30 ; 25) }

Le terrain mesurait donc 30 m de longueur et 25 m de largeur.

Exercice 8 : Soit x le prix d'une rose jaune et y celui d'un iris.

On obtient le système : $\begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$

Par combinaison linéaire (addition): $\begin{cases} 5x + 4y = 16 & (\times -3) \\ 3x + 6y = 15 & (\times 5) \end{cases}$

$\begin{cases} -15x - 12y = -48 \\ 15x + 30y = 75 \end{cases}$ En additionnant les 2 lignes :

$\begin{cases} -12y + 30y = -48 + 75 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} 18y = 27 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 1{,}5 \\ 3x + 6 \times 1{,}5 = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1{,}5 \\ x = \frac{6}{3} = 2 \end{cases}$

Donc x = 2 et y = 1,5   S = {(2 ; 1,5) }

Donc une rose jaune a coûté 2€ et un iris 1,50€.

Exercice 9 : Soit t le nombre de place à chaque table et p le nombre de personnes du groupe :

On obtient le système : $\begin{cases} 5t = p - 4 \\ 6t = p + 2 \end{cases}$ Par soustraction des 2 lignes :

$\begin{cases} 5t - 6t = -4 - 2 \\ 6t = p + 2 \end{cases}$

$\begin{cases} -t = -6 \\ 6t = p + 2 \end{cases}$ $\begin{cases} t = 6 \\ 6 \times 6 = p + 2 \end{cases}$ $\begin{cases} t = 6 \\ p = 36 - 2 = 34 \end{cases}$

Donc t =6 et p = 34

Donc chaque table a 6 places et le groupe était composé de 34 personnes.

Exercice 10 : Soit x le prix d'un livre de maths et y celui d'un livre de français.

On obtient le système : $\begin{cases} 10x + 15y = 280 \\ 15x + 10y = 270 \end{cases}$

Par combinaison linéaire (addition): $\begin{cases} 10x + 15y = 280 & (\times -3) \\ 15x + 10y = 270 & (\times 2) \end{cases}$

$\begin{cases} -30x - 45y = -840 \\ 30x + 20y = 540 \end{cases}$ En additionnant les 2 lignes :

$\begin{cases} -45y + 20y = -840 + 540 \\ 10x + 15y = 280 \end{cases}$ $\begin{cases} -25y = -300 \\ 10x + 15y = 280 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 12 \\ 10x + 15 \times 12 = 280 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 12 \\ x = \frac{100}{10} = 10 \end{cases}$

Donc x = 10 et y = 12   S = {(10 ; 12) }

Donc un livre de maths a coûté 10€ et un livre de français 12€.

Exercice 11 : Soit x la somme prêtée à Pierre et y celle prêtée à Claude.

On obtient le système : $\begin{cases} 0{,}12x + 0{,}14y = 240{,}3 \\ 0{,}14x + 0{,}14y = 265{,}3 \end{cases}$

Par combinaison linéaire (soustraction des 2 lignes):

$\begin{cases} 0{,}12x - 0{,}14x = 240{,}3 - 265{,}3 \\ 0{,}14x + 0{,}14y = 265{,}3 \end{cases}$ $\begin{cases} -0{,}02x = -25 \\ 0{,}14x + 0{,}14y = 265{,}3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{25}{0{,}02} = 1250 \\ 0{,}14 \times 1250 + 0{,}14y = 265{,}3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1250 \\ y = \frac{90{,}3}{0{,}14} = 645 \end{cases}$

Donc x = 1250 et y = 645 S = {(1250 ; 645) }

Donc Monsieur X a prêté 1250€ à Pierre et 645€ à Claude.

Exercice 12 :1°) Soit x le nombre de statuettes du petit modèle et y celui du grand modèle.

On obtient le système : $\begin{cases} x + y = 26 \\ 4x + 6y = 120 \quad \text{pour la glaise} \end{cases}$

Par substitution : $\begin{cases} y = 26 - x \\ 4x + 6(26 - x) = 120 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 26 - x \\ x = \frac{120-156}{-2} = 18 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 26 - x = 26 - 18 = 8 \\ x = 18 \end{cases}$

Donc x = 18 et y = 8 S = {(18 ; 8) }

Il peut donc réaliser 18 petites et 8 grandes statuettes.

2°) Pour réaliser les 18 petites et 8 garndes, il lui faut : 18×1,5 + 8×2,25 h = 45h.
Donc poui, les 45h suffiront pour réaliser les 26 statuettes.

3°) 18×15 + 8×25 = 470€.
S'il vend tout, il fera un chiffre d'afaires de 470€.