

AP : fonction inverse et fonctions quotientsExercice 1 : Sans calculs, comparer les nombres suivants :

a) $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{\pi}$ et $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{5}$ et $-\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ et $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

Exercice 2 : Compléter : a) Si $x > 3$, alors $\frac{1}{x}$ car ...b) Si $x < -2$, alors $\frac{1}{x}$ car ...Exercice 3 : Trouver un encadrement de $\frac{1}{x}$ dans chacun des cas suivants :

a) $3 \leq x \leq 4$ b) $-4 \leq x \leq -2$ c) $x \geq 5$ d) $x < 0$.

Exercice 4 : Résoudre graphiquement chaque inéquation :

a) $\frac{1}{x} = 1$ b) $\frac{1}{x} = -2$ c) $\frac{1}{x} = \frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{x} = -0,1$.

Exercice 5 : Résoudre graphiquement chaque inéquation :

a) $\frac{1}{x} > \frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{x} \leq \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{x} \leq -3$ d) $\frac{1}{x} > -2$.

Exercice 6 : QCM Dans chaque cas, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

	①	②	③
a) Si $x > 5$, alors ...	$\frac{1}{x} > \frac{1}{5}$	$0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{5}$	$\frac{1}{x} < -5$
b) Si $x > 2$, alors ...	$\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{x} > \frac{1}{2}$	$\frac{1}{x} < 0$
c) Si $-1 < x < 0$, alors ...	$\frac{1}{x} < -10$	$\frac{1}{x} < -1$	$\frac{1}{x} > 1$
d) Si $0 < x < 4$, alors ...	$\frac{1}{x} > 0,25$	$\frac{1}{x} < 0$	$0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{5}$

Exercice 7 : Ecrire ces expressions sous la forme d'un seul quotient :

a) $f(x) = -3 + \frac{1}{x-1}$ b) $f(x) = x - 3 + \frac{1}{x-1}$ c) $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{5}{2}$

d) $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$ e) $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{2x-5}{2x+1}$ f) $f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{3x}{x+4}$

Exercice 8 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

f : $x \mapsto \frac{x-3}{2x}$; g : $x \mapsto \frac{3x+4}{x-3}$; h : $x \mapsto \frac{4x}{3x+2}$;

i : $x \mapsto \frac{-3}{1-5x}$; j : $x \mapsto \frac{1+6x}{6x}$; k : $x \mapsto \frac{x+7}{4x-12}$.

Exercice 9 : Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x-1}$.

1°) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2°) En utilisant le tableau de valeurs de la calculatrice, construire la courbe représentative de la fonction f.

Exercice 10 : Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x+4}{x-2}$.

1°) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2°) En utilisant le tableau de valeurs de la calculatrice, construire la courbe représentative de la fonction f.

Exercice 11 : Résoudre les inéquations suivantes :

1°) $\frac{2x-5}{-3x+6} \leq 0$ 2°) $\frac{x+5}{-2x+4} > 0$ 3°) $\frac{x+1}{x+6} < 0$

4°) $\frac{2-x}{4x+5} \leq 0$ 5°) $\frac{3x+1}{x+3} \geq 0$ 6°) $\frac{7x-1}{9-x} \leq 0$

7°) $\frac{3x+1}{x+3} > 0$ 8°) $\frac{3x+1}{x+3} \geq 0$ 9°) $\frac{2x(1-2x)}{-3+x} \geq 0$ 10°) $\frac{3}{-x+4} \leq 0$

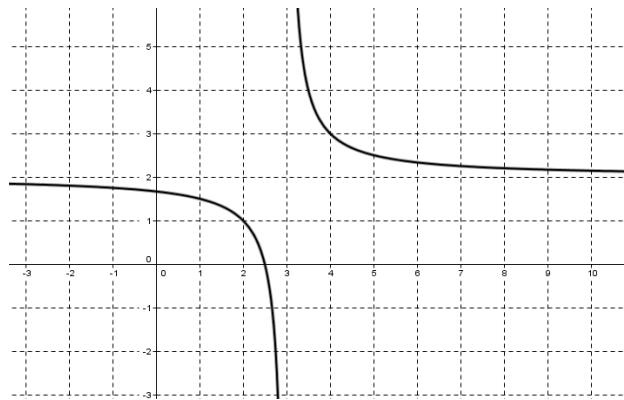
Exercice 12 : On considère la fonction f définie pour tout réel différent de 3 par $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$.

1°) Partie graphique :

a) Donner graphiquement l'image par f de 2 puis de 5.

b) Donner graphiquement les antécédents éventuels de 3.

c) Dresser le tableau de signes de f .



2°) Partie algébrique :

a) Calculer les images de 2 et de 5. Comparer avec la question 1) a).

b) Résoudre l'équation $f(x) = 3$. Comparer avec la question 1) b).

c) Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$. Justifier votre réponse.

Exercice 13 : Résoudre les inéquations :

$$1^\circ) \frac{x-7}{x+9} \geq 2$$

$$2^\circ) \frac{3x+1}{x+3} > 1$$

$$3^\circ) \frac{3x+1}{x+3} \leq \frac{1}{x}$$

$$4^\circ) \frac{3x+1}{x+3} < \frac{3x}{x+1}$$

Exercice 14 : Une entreprise artisanale est spécialisée dans la fabrication d'un article haut de gamme. Sa production maximale est de 50 articles par semaine. Les coûts de production s'élèvent à 2000€ de frais fixes hebdomadaires et 50€ par article produit.

On note x la quantité d'articles fabriqués une semaine donnée.

1°) Exprimer le coût hebdomadaire de fabrication en fonction du nombre x d'articles fabriqués.

2°) Démontrer que le coût moyen de fabrication d'un article est donné par

$$f(x) = 50 + \frac{2000}{x}.$$

3°) Quel est l'ensemble de définition de f ?

4°) Calculer le coût moyen unitaire lorsque l'entreprise produit 20 articles par semaine.

5°) En utilisant le graphe de la calculatrice, déterminer à quel intervalle doit appartenir x pour que le coût moyen soit compris entre 100€ et 130€.

6°) Par les calculs :

a) Déterminer le nombre d'articles à produire pour que le coût moyen soit de 175€.

b) Déterminer le nombre d'articles à produire pour que le coût moyen devienne strictement inférieur à 100€.