

Exercice 1 :

Cette année, 55 % des candidats à un concours l'ont réussi, ainsi $p = 0,55$.

Dans le centre A, sur 100 personnes, 46 ont réussi le concours.

Dans le centre B, sur 2500 personnes, 1275 ont réussi le concours.

- 1) Quelle est la fréquence f_1 correspondant au pourcentage de réussite du centre A ? Quelle est la fréquence f_2 correspondant au pourcentage de réussite du centre B ?
Lequel de ces deux centres a le mieux réussi le concours ?
- 2) On assimile le centre A à un échantillon de taille $n = 100$. Donner l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.
 f_1 appartient-il à cet intervalle ?
- 3) On assimile le centre B à un échantillon de taille $n = 2500$. Donner l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.
 f_2 appartient-il à cet intervalle ?
- 4) Conclure sur le centre qui est le plus représentatif du résultat national à ce concours.

Exercice 2

Sur une chaîne de fabrication, on a prélevé 38 produits, et on a relevé 8 produits présentant un défaut.

- 1) Donner un encadrement de la proportion de produit présentant un défaut sur cette chaîne de fabrication.
- 2) Le responsable de la fabrication affirme que le nombre de produits fabriqués présentant un défaut est égal à 7%. Qu'en pensez-vous ?

Exercice 3 :

Un candidat à une élection effectue un sondage dans sa circonscription comportant 123 654 électeurs. Sur 1068 personnes, 550 déclarent vouloir voter pour lui.

Le candidat affirme : « si les élections avaient eu lieu le jour du sondage et si les réponses étaient sincères, alors j'aurais été élu au premier tour. »

Qu'en pensez-vous ?

Exercice 4 :

L'ensemble des faits évoqués ci-dessous est réel.

En novembre 1976 dans un comté du sud du Texas, Rodrigo Partida était condamné à huit ans de prison pour cambriolage d'une résidence et tentative de viol.

Il attaqua ce jugement au motif que la désignation des jurés de ce comté était discriminante à l'égard des Américains d'origine mexicaine. Alors que 79,1 % de la population de ce comté était d'origine mexicaine, sur les 870 personnes convoquées pour être jurés lors d'une certaine période de référence, il n'y eut que 339 personnes d'origine mexicaine.

- 1) Déterminer l'intervalle de fluctuation correspondant à la proportion d'origine mexicaine pour un échantillon de taille 870.
- 2) La fréquence des personnes d'origine mexicaine dans les personnes convoquées est-elle dans cet intervalle ?
- 3) Qu'en conclure ?

Exercice 1 :

$$1) f_1 = \frac{46}{100} = 0,46 \text{ et } f_2 = \frac{1275}{2500} = 0,51$$

Le centre B semble avoir mieux réussi le concours.

$$2) p = 0,55 \text{ on a } 0,2 \leq p \leq 0,8 \text{ et } n = 100 \geq 25. \text{ L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 \% est}$$

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,55 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,55 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right] = [0,45; 0,65]$$

$f_1 \in I$ Ce centre est donc représentatif du résultat national au risque d'erreur de 5 %.

$$3) p = 0,55 \text{ on a } 0,2 \leq p \leq 0,8 \text{ et } n = 2500 \geq 25. \text{ L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 \% est}$$

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,55 - \frac{1}{\sqrt{2500}}; 0,55 + \frac{1}{\sqrt{2500}} \right] = [0,53; 0,57]$$

$f_2 \notin I$ Ce centre n'est donc pas représentatif du résultat national au risque d'erreur de 5 %.

$$4) \text{ Le centre A est le centre le plus représentatif du résultat national à ce concours au risque d'erreur de 5\%.}$$

Exercice 2

$$1) \text{ On a } f = \frac{8}{38} \approx 0,211. \text{ On a } 0,2 \leq f \leq 0,8 \text{ et } n = 38 \geq 25.$$

L'intervalle de confiance est :

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,211 - \frac{1}{\sqrt{38}}; 0,211 + \frac{1}{\sqrt{38}} \right] = [0,048; 0,374]$$

La proportion de produit présentant un défaut sur cette chaîne de fabrication se trouve entre 4,8 % et 37,4%.

$$2) \text{ Le responsable de la fabrication affirme que le nombre de produits fabriqués présentant un défaut est égal à 7\%. } 0,07 \in [0,048; 0,374]$$

Le responsable ne semble pas se tromper, au risque d'erreur de 5%.

Exercice 3 :

$$\text{On a } f = \frac{550}{1068} \approx 0,515. \text{ On a } 0,2 \leq f \leq 0,8 \text{ et } n = 1068 \geq 25. \text{ L'intervalle de confiance est :}$$

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,515 - \frac{1}{\sqrt{1068}}; 0,515 + \frac{1}{\sqrt{1068}} \right] = [0,484; 0,546]$$

Il y a donc entre 48,4 % et 54,6 % électeurs qui votent pour lui, mais il ne peut pas affirmer qu'il aurait été élu au premier tour au risque d'erreur de 5 %.

Exercice 4 :

$$1) p = 0,791 \text{ on a } 0,2 \leq p \leq 0,8 \text{ et } n = 870 \geq 25. \text{ L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 \% est}$$

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,791 - \frac{1}{\sqrt{870}}; 0,791 + \frac{1}{\sqrt{870}} \right] \approx [0,757; 0,825]$$

$$2) f = \frac{339}{870} \approx 0,39 \text{ La fréquence des personnes d'origine mexicaine dans les personnes convoquées n'appartient pas à cet intervalle.}$$

$$3) \text{ On peut en conclure qu'au risque d'erreur de 5 \% l'échantillon des jurés n'est pas représentatif de la population. Il a donc raison d'attaquer ce jugement au risque d'erreur de 5 \%.}$$