AP 2nde

Corrigé Echantillonnage ; Intervalle de fluctuation 1

Exercice 1 : $p = \frac{20}{100} = 0{,}2$ et $n = 100$

1°) L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est $I_f = [p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$

$= [0{,}2 - \frac{1}{\sqrt{100}} ; 0{,}2 + \frac{1}{\sqrt{100}}] = [0{,}1 ; 0{,}3]$

2°) la fréquence de l'échantillon est $f = \frac{14}{100} = 0{,}14$.

$f \in I_f$, donc l'échantillon des 14 souris malades est représentatif de la population totale, au seuil de 95%.

3°) De même $p = 0{,}2$ et $n = 10\,000$.

$I_f = [p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}] = [0{,}2 - \frac{1}{\sqrt{10000}} ; 0{,}2 + \frac{1}{\sqrt{10000}}] = [0{,}19 ; 0{,}21]$

$f = \frac{1400}{10000} = 0{,}14$ et $f \notin I_f$, donc ce 2ème échantillon n'est pas représentatif de la population totale au seuil de risque de 5%.

Exercice 2 : $p = 0{,}5$ car 1 chance sur 2 d'avoir un garçon lors d'une naissance. $n = 30$.

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est $I_f = [p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$

$= [0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{30}} ; 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{30}}] \simeq [0{,}317 ; 0{,}683]$

(à gauche, arrondi par défaut et à droite arrondi par excès)

La fréquence des garçons dans le village (= l'échantillon) est $f = \frac{18}{30} = 0{,}6$. $f \in I_f$, donc l'échantillon est représentatif de la population totale au seuil de 95%.

Exercice 3 : $p = 0{,}5$ et $n = 150$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est $I_f = [p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$

$= [0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{150}} ; 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{150}}] \simeq [0{,}418 ; 0{,}582]$

La fréquence des confettis dont le diamètre est égal à 1 cm dans l'échantillon est $f = \frac{72}{150} = 0{,}48$. $f \in I_f$, donc l'échantillon est représentatif de la population totale des confettis au seuil de 95%. Donc on peut estimer que le fabriquant a respecté le pourcentage de confettis avec un bon diamètre, au seuil de 95%.

Exercice 4 : $p = 0{,}51$ et $n = 227$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est $I_f = [p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$

$= [0{,}51 - \frac{1}{\sqrt{227}} ; 0{,}51 + \frac{1}{\sqrt{227}}] \simeq [0{,}443 ; 0{,}577]$

La fréquence des garçons dans l'échantillon est $f = \frac{102}{227} \simeq 0{,}449$. $f \in I_f$, donc l'échantillon est représentatif de la population totale au seuil de 95%.

Exercice 5 : p est inconnu et $n = 400$

La fréquence des propriétaires de chiens dans l'échantillon est $f = \frac{78}{400} = 0{,}195$

L'intervalle de confiance au niveau 0,95 est $I_c = [f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$

$= [0{,}195 - \frac{1}{\sqrt{400}} ; 0{,}195 + \frac{1}{\sqrt{400}}] = [0{,}145 ; 0{,}245]$.

Donc au risque de 95%, la proportion des propriétaires de chiens dans la ville est $p \in [0{,}145 ; 0{,}245]$.

La municipalité peut donc conclure qu'au risque de 5%, il y a entre 14,5% et 24,5% de propriétaires de chien(s) dans la ville.

Exercice 6 : p est inconnu et $n = 2500$

1°) La fréquence des électeurs pour A dans l'échantillon est de $f = \frac{1300}{2500} = 0{,}52$.

L'intervalle de confiance au seuil de 95% est $I_c = [f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$

$= [0{,}52 - \frac{1}{\sqrt{2500}} ; 0{,}52 + \frac{1}{\sqrt{2500}}] = [0{,}5 ; 0{,}54]$.

Donc au risque de 5%, $p \in [0{,}5 ; 0{,}54]$.

Donc on peut penser, au seuil de 95%, que le candidat va être élu (car au-dessus de 50%)

2°) Si $n = 1000$ et $f = 0{,}52$

L'intervalle de confiance au seuil de 95% est $I_c = [f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$

$= [0{,}52 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0{,}52 + \frac{1}{\sqrt{1000}}] \simeq [0{,}488 ; 0{,}552]$.

Donc au risque de 5%, $p \in [0{,}488 ; 0{,}552]$.

Donc on ne peut pas conclure, au seuil de 95%, que le candidat sera élu (car pas au-dessus de 50%)

Exercice 7 : p inconnu et $n = 30$

La fréquence des boules blanches dans l'échantillon est $f = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

L'intervalle de confiance au seuil de 95% est $I_c = [f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}] = [\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{30}} \frac{1}{3} .+ \frac{1}{\sqrt{30}}]$

$\simeq [0{,}150 ; 0{,}516]$.

Ici $p = 0{,}5$ car 50 blanches sur 100. Donc $p \in Ic$. Donc au seuil de 95%, Axel a tord de se plaindre.