

Applications du produit scalaire

Ex1 : On se place dans un repère orthonormé du plan.

On considère les points A(-1 ; 2) , B(5 ; 4) , E(-5 ; 6), F(0 ; 3).

- 1) Déterminer un vecteur directeur de la droite (AB).
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
- 2) On considère le vecteur $\vec{u}(3 ; -2)$.
Déterminer une équation de la droite (d) passant par E et ayant \vec{u} pour vecteur directeur.
- 3) Déterminer une équation de la droite (d') passant par F et ayant \vec{u} pour vecteur normal.
- 4) Déterminer un vecteur directeur de (d'). Quelle remarque peut-on faire ?

Ex 2 : 1) Déterminer une équation du cercle C dans chacun des cas suivants :

- a) C est le cercle de centre A(-3 ; 5) et de rayon 10.
- b) C est le cercle de diamètre [AB] où A(8 ; 1) et B (4 ; -2).

Ex 3 : Déterminer le lieu des points d'équation donnée :

- 1) $x^2 - 2x + y^2 - 6y - 6 = 0$
- 2) $x^2 + 10x + y^2 - 2y + 22 = 0$.

Ex 4 : 1) Donner une équation du cercle C de diamètre [AB], avec A (10 ; 7) et B (4 ; -1).

- 2) Le point E(-5 ; 1) appartient-il au cercle C ?
- 3) Déterminer l'équation de la tangente à C au point B.

Ex 5 : 1°) Sachant que $\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{12}$, donner les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{-\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{-\pi}{12}\right)$.

Donner ensuite $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

2°) Exprimer en fonction de $\cos x$ et de $\sin x$:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{et} \quad \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ex 6 : Dans un repère orthonormé, on considère les points A (1 ; 2), B (3 ; 0), E (4 ; 1) et D (3 ; 3).

- 1) Déterminer une équation de la hauteur (d) issue de A du triangle ABE.
- 2) Soit M (x ; y). Montrer que l'ensemble (C) des points M du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 3$ a pour équation : $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 0$.
- 3) Quelle est la nature de l'ensemble (C) ? Déterminer ses éléments caractéristiques.
- 4) Vérifier que le point D est un point de (C).
- 5) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point D.

Ex 7 : A partir de : $2 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$, calculer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.