EXERCICE 1

Partie A

1. ATTENTION : for i in range(1,n+1): signifie Pour i allant de 1 à n , mais ici n=2, donc i s'arrête à 2

i		1	2	
x	80	0,9*80+20=92	0,9*92+20=102,8	102

L'arrondi de 102,8 à l'entier inférieur

A la fin de l'algorithme, la valeur affichée sera x = 102.

2. L'année n = 2 correspond à 2005 + 2 = 2007.
Donc on peut supposer qu'en 2007 il y a eu 102 adhérents au club de randonnée.

Partie B

1.

a. Pour tout n, $b_{n+1} = a_{n+1} - 200 = 0,9a_n + 20 - 200 = 0,9(b_n + 200) - 180 = 0,9b_n + 180 - 180 = 0,9b_n$
et $b_0 = a_0 - 200 = 80 - 200 = -120$
Donc la suite (b_n) est géométrique de raison $q = 0,9$ et de premier terme $b_0 = -120$.

b. D'après le cours, on peut dire que pour tout entier naturel n, $b_n = b_0 \times q^n = -120 \times 0,9^n$.

2. Pour tout n, $b_n = -120 \times 0,9^n$; or $a_n = b_n + 200$. Donc pour tout entier naturel n, $a_n = 200 - 120 \times 0,9^n$.

3. La suite (b_n) est géométrique de raison 0,9 ; or $0 < 0,9 < 1$ donc la suite (b_n) a pour limite 0.

Comme $a_n = b_n + 200$, on peut dire que la suite (a_n) pour limite 200.

Partie C

1. La suite (a_n) de la partie B donne le nombre d'adhérents :
   En effet en 2005, il y a $a_0 = 80$ adhérents et $a_{n+1} = 0,9\ a_n + 20$ car tous les ans le nombre d'adhérents diminue de 10%, donc il est multiplié par 0,9 et on rajoute 20 adhérents !

Voici l'algorithme :

```
def randoseuil():
    x=80
    n=0
    while x<180:
        n=n+1
        x=0.9*x+20
    return(n)
```

```
*** Console de pro
 ***
>>> randoseuil()
18
>>> |
```

L'objectif est donc réalisable, puisque l'algorithme donne une réponse.
C'est donc en 2005+18 donc en 2023 que le club atteindra au moins 180 adhérents pour la 1ère fois.

2. Pour tout n, $a_n = 200 - 120 \times 0,9^n$ donc a_n est toujours inférieur à 200.
Donc l'objectif d'atteindre 300 adhérents est impossible.

EXERCICE 2

Partie A

1.Le point *D* est sur la courbe C_f donc $f(2) = 0$.

La tangente à la courbe C_f au point *A* (0 ; 2) est parallèle à l'axe des abscisses donc $f\,'(0) = 0$.

2. $f\,'(x) = -1\times e^{ax} + (b - x) \times a\, e^{ax}$ on a utilisé $(u.v)'=u'.v + v'.u$ avec $u(x) = b - x$ et $v(x) = e^{ax}$

$u'(x) = -1$ et $v'(x) = a\, e^{ax}$

donc $f\,'(x) = (-1 + ab - ax)e^{ax}$.

3. D'une part $f\,(2) = 0$ donc $(b - 2)e^{2a} = 0$, or $e^{2a} > 0$ donc $b - 2 = 0$.

D'autre part $f\,'(0) = 0$ donc $(-1+ab)e^{0} = 0$ donc $ab - 1 = 0$.

4. $b - 2 = 0$ donne $b = 2$ et donc $2a - 1 = 0$ donc $a = \frac{1}{2}$

donc $a = 0{,}5$ et $b = 2$. Donc $f(x) = (2 - x)\, e^{0,5x}$

Partie B

1. $f\,'(x) = (-1 + 1 - 0{,}5x)e^{0,5x} = -0{,}5\,x\, e^{0,5x}$ *d'après A2°)*

2.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-0{,}5\,x$		$+$	0	$-$	
$e^{0,5x}$		$+$		$+$	
$f\,'(x)$		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	2	$\searrow$	

$f(0) = 2\, e^{0} = 2$ (cohérent avec l'image de 0 donnée dans la partie *A*)

Partie C

1. Sur [0 ; 2], $f\,(x) > 0$ donc $\int_0^2 f(\mathrm{x})\mathrm{dx}$ est la valeur de l'aire qui est entre la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$, exprimée en unité d'aire.

Cette aire est supérieure à 2 unités d'aire (=2 carreaux) et inférieure à 4 unités d'aire donc $2 \leq \int_0^2 f(\mathrm{x})\mathrm{dx} \leq 4$

2a. $F\,'(x) = -2\times e^{0,5x} + (-2x + 8)\times 0{,}5e^{0,5x} = -2e^{0,5x} - x\, e^{0,5x} + 4e^{0,5x} = -x\, e^{0,5x} + 2e^{0,5x} = (2 - x)e^{0,5x}$

Donc $F\,'(x) = f\,(x)$.

F est donc bien une primitive de la fonction *f* sur $\mathbb{R}$.

b.

$\int_0^2 f(\mathrm{x})\mathrm{dx} = F(2) - F(0) = (-2\times 2+8)4e^{1} - 8e^{0} = 4^{e} - 8$

Donc $\int_0^2 f(\mathrm{x})\mathrm{dx} = 4\,e - 8 \approx 2{,}87$.

3.Notons que $G\,'(x) = f\,(x)$ et $f\,(x) > 0$ sur [0 ; 2] d'après le graphique.

Donc la fonction *G* est croissante sur [0 ; 2], donc la courbe de la fonction *G* est la courbe C_3.