

EXERCICE 1 [5 points]

En 2005, année de sa création, un club de randonnée pédestre comportait 80 adhérents.

Chacune des années suivantes on a constaté que :

- 10% des participants ne renouvelaient pas leur adhésion au club;
- 20 nouvelles personnes s'inscrivaient au club.

On suppose que cette évolution reste la même au fil des ans.

Partie A

On donne l'algorithme en langage Python suivant :

1. Pour la valeur $n = 2$ saisie, quelle est la valeur affichée à la sortie de cet algorithme?

int(x) donne la valeur de x arrondie à l'entier inférieur.

2. Interpréter dans le contexte du club de randonnée, pour la valeur $n = 2$ saisie, le nombre affiché à la sortie de cet algorithme.

```
def rando(n):
    x=80
    for i in range(1,n+1):
        x=0.9*x+20
    x=int(x)
    return(x)
```

Partie B

1. On considère la suite (a_n) définie par $a_0 = 80$ et, pour tout entier naturel n ,

$$a_{n+1} = 0,9a_n + 20.$$

Pour tout entier naturel n , on pose : $b_n = a_n - 200$.

a. Démontrer que (b_n) est une suite géométrique; préciser sa raison et son premier terme.

b. Exprimer b_n en fonction de n .

2. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $a_n = 200 - 120 \times 0,9^n$.

3. Quelle est la limite de la suite (a_n) ?

Partie C

1. L'objectif du président du club est d'atteindre au moins 180 adhérents. Ecrire un algorithme en langage Python pour savoir si cet objectif est-il réalisable?

2. Même question si l'objectif du président du club est d'atteindre au moins 300 adhérents.

EXERCICE 2 [6 points sans la partie B]

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont la courbe représentative C_f est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé.

Partie A

On suppose que f est de la forme $f(x) = (b-x)e^{ax}$ où a et b désignent deux constantes. On sait que :

- Les points $A(0; 2)$ et $D(2; 0)$ appartiennent à la courbe C_f .
- La tangente à la courbe C_f au point A est parallèle à l'axe des abscisses.

On note f' la fonction dérivée de f , définie sur \mathbb{R} .

1. Par lecture graphique, indiquer les valeurs de $f(2)$ et $f'(0)$.

2. Calculer $f'(x)$.

3. En utilisant les questions précédentes, montrer que a et b sont solutions du système suivant :

$$\begin{cases} b - 2 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases}$$

4. Calculer a et b et donner l'expression de $f(x)$.

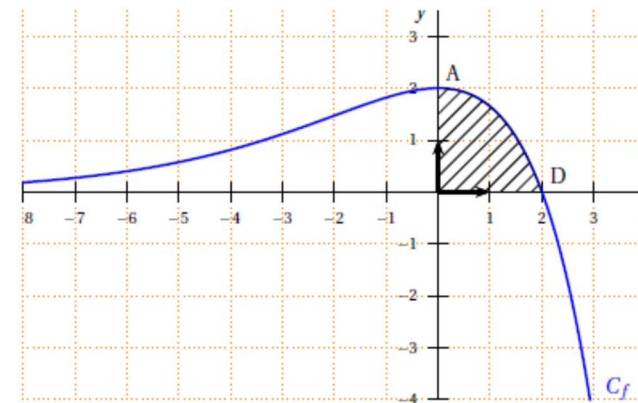


Figure 1

Partie B

On admet que $f(x) = (-x+2)e^{0,5x}$.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout x de \mathbb{R} .

2. Dresser le sens de variation de f sur \mathbb{R} .

Partie C

1. À l'aide de la figure 1, justifier que la valeur de l'intégrale $\int_0^2 f(x)dx$ est comprise entre 2 et 4.

2. a. On considère F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (-2x + 8)e^{0,5x}$. Montrer que F est une primitive de la fonction f sur \mathbb{R} .

b. Calculer la valeur exacte de $\int_0^2 f(x)dx$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

3. On considère G une autre primitive de f sur \mathbb{R} . Parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 ci-contre, une seule est la représentation graphique de G . Déterminer la courbe qui convient et justifier la réponse.

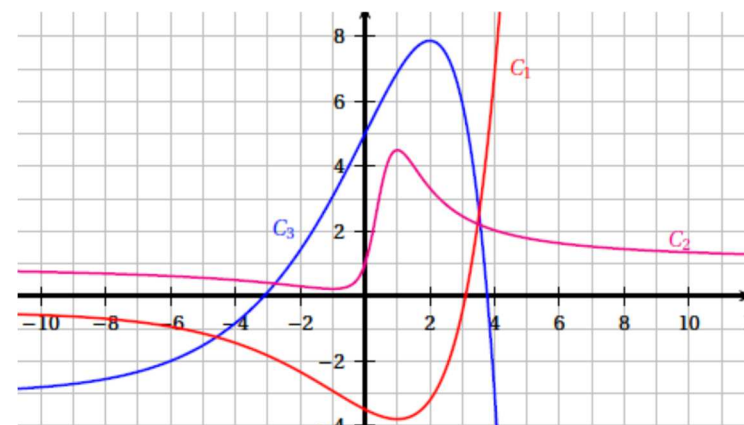


Figure 2