AP 1S — Exercices Variations fonctions ; loi binomiale ; intervalle de fluctuation ; produit scalaire ; suites

Exercice 1:f est la fonction définie sur [-5 ; 5] par $f(x) = 24x^4 + 20x^3 - 18x^2 + 10$.
1°) Calculer $f'(x)$.
2°) En déduire le sens de variation de la fonction f.
3°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1.
4°) Vérifier les résultats des questions 2 et 3 à la calculatrice.

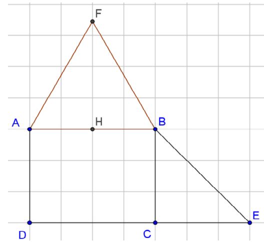
Exercice 2 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ /{1} par $f(x) = \frac{x^2-3x+6}{x-1}$.
1°) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f.
2°) Déterminer l'intersection entre la courbe C_f représentative de la fonction f et les 2 axes du repère.
3°) Déterminer la position entre la courbe C_f et la droite (Δ) : $y = x - 2$.
4°) Utiliser le tableau de variations de f pour en déduire le signe de $f(x)$.

Exercice 3 : Un parfumeur conditionne ses parfums dans un emballage de forme parallélépipède rectangle dont le volume est 125 cm^3.
On note y sa hauteur; ses autres dimensions sont x et x (x et y sont en cm). Le parfumeur décide que $x \in [3 ; 6]$.
1°) Exprimer y en fonction de x.
2°) Exprimer l'aire totale $S(x)$, en cm, de l'emballage en fonction de x.
3°) Montrer que $S'(x) = \frac{4(x-5)(x^2+5x+25)}{x^2}$. Etudier le sens de variations de S sur l'intervalle [3 ; 6] et en déduire la valeur de x pour laquelle $S(x)$ est minimale. On précisera ce minimum.

Exercice 4 : **Approfondissemnent** On considère la fonction f définie sur [0 ; +∞[par $f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$. 1°) Tracer la courbe représentative de f sur l'écran de la calculatrice et conjecturer son sens de variation.
2°) a) Préciser sur quel intervalle la fonction f est dérivable.
b) Calculer la dérivée de f.
c) Démontrer le résultat obtenu en 1°)

Exercice 5 : Une enseigne de livraison de pizzas à domicile s'engage sur un délai de 15 minutes après commande pour les habitants du centre ville.
Une étude à montré que 10 % des pizzas sont livrées hors de ce délai. Un soir, 12 personnes appellent pour commander. On suppose les livraisons indépendantes les unes des autres et on note X le nombre de clients livrés hors délai.
1°) Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2°) a) Calculer la probabilité que 3 clients soient hors délai.
b) Calculer la probabilité pour qu'au moins 3 clients soient hors délai.
c) Calculer la probabilité pour que moins de 5 clients soient hors délai.
d) Calculer la probabilité pour que entre 5 et 9 clients soient hors délai.

Exercice 6 : Un laboratoire pharmaceutique affirme que son nouveau médicament contre le mal des transports est efficace dans 85% des cas. Une association indépendante collecte des données lors de plusieurs traversées Les Sables-d'Olonne—l'île d'Yeu auprès de 57 passagers qui ont pris ce médicament et qui étaient systématiquement malades lors de traversées antérieures. On décide de construire un test qui permette de décider sur un échantillon de 57 personnes prises au hasard, si, au seuil de risque de 5 %, le nouveau médicament est bien efficace dans 85% des cas.
Soit X la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire (supposé non exhaustif) de 57 personnes qui ont pris le médicament et qui étaient systématiquement malades lors de traversées antérieures, associe le nombre de personnes qui n'ont pas été malades comme d'habitude. Quelle loi suit X ? Donner un intervalle de fluctuation au seuil de risque de 5 %, de la fréquence des personnes non malades comme d'habitude dans un échantillon de taille 57. Dans cet échantillon, 42 n'ont pas été malades comme d'habitude. Ces statistiques sont-elles conformes à l'affirmation du laboratoire pharmaceutique ?



Exercice 7 : ABCD est un rectangle tel que AB = 4 et BC = 3. Le triangle ABF est équilatéral et le triangle BCE est rectangle isocèle en C. Le point H est le milieu de [AB].
Calculer les produits scalaires :
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BF}$; $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CE}$; $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AF}$; $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CE}$; $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{BE}$; $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{DE}$.

Exercice 8 : Au 1er janvier 2005, une ville en pleine expansion avait une population de 100 000 habitants. Un bureau d'étude fait l'hypothèse qu'à partir du 1er janvier 2005 : le nombre d'habitants de la ville augmente chaque année de 5 % du fait des naissances et des décès. De plus, du fait des mouvements migratoires, 4000 personnes supplémentaires viennent s'installer chaque année dans cette ville.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants de cette ville au 1er janvier de l'année 2005 + n. On a donc $u_0 = 100\,000$.
1°) a) Calculer u_1 et u_2.
b) Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}05\, u_n + 4000$.
c) Ecrire un algorithme qui permet de calculer le terme de rang n et le programmer sur la calculatrice pour déterminer le nombre d'habitants de cette ville au 1er janvier 2020.
2°) On admet que $u_n = 180\,000(1{,}05)^n - 80\,000$.
a) Quel sera le nombre d'habitants de cette ville au 1er janvier 2020 ?
b) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).