1 ES L **AP Loi binomiale 2 :**

Exercice 1 :

X suit une loi binomiale de paramètre $n = 40$ et $p = 0{,}35$. Calculer les probabilités suivantes :

1) P(X = 3) **2)** P(X ≤ 20)

3) P(X < 17) **4)** P(X > 15)

5) P(10 ≤ X ≤ 35) **6)** P(6 < X < 24)

Exercice 2

Une grande enseigne de cosmétiques lance une nouvelle crème hydratante. On considère que le travail sur la viscosité de la crème a permis de réduire à 0,06 la probabilité d'avoir un pot de crème non conforme en fin de fabrication. Une boutique commande 50 pots de cette nouvelle crème à cette entreprise.

X est la variable aléatoire qui donne le nombre de pots non conformes parmi les 50 pots reçus.

1. Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que la boutique ne reçoive aucun pot non conforme.
3. Calculer la probabilité que la boutique reçoive exactement deux pots non conformes.

Exercice 3 :

Dans un cabinet d'assurances, on estime à 0,22 la probabilité qu'un client ait un sinistre dans l'année. On choisit au hasard et de manière indépendante 18 clients de cet assureur. X est la variable aléatoire qui donne le nombre de clients sinistrés dans l'année.

1. Préciser la loi de probabilité suivie par X.
2. Calculer $P(X = 3)$ et $P(X \geq 1)$. Interpréter.
3. Calculer $P(X \geq 3)$
4. Calculer E(X), interpréter.

Exercice 4 :

Une entreprise fabrique des téléphones portables. Un test de performance est appliqué à ces téléphones, il est positif dans 96 % des cas.

Un téléphone dont le test est positif est vendu 500 €. Mais si le test est négatif, il est soldé au prix de 300 €.

On prélève au hasard 400 téléphones dans la production. Le volume de la production permet d'assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise.

X est la variable aléatoire qui donne le nombre de téléphones conformes parmi les 400.

1. Préciser la loi de probabilité suivie par X.
2. Calculer l'espérance de X. Interpréter.
3. En déduire la recette moyenne réalisée sur la vente des 400 téléphones.

Exercice 5 :

Une compagnie aérienne assure une ligne régulière avec un avion d'une capacité de 70 passagers. Les clients réservent gratuitement par Internet, sans obligation d'achat et sans pénalité en cas de non présentation.

La compagnie propose n places à la réservation ($n \geq 70$) et on suppose que les n places sont réservées mais seuls 95% des voyageurs se présentent à l'embarquement et achètent effectivement leur billet.

Le prix du billet s'élève à 90 €.

Du point de vue de la compagnie, la présence ou non d'un client à l'embarquement est une épreuve de Bernoulli et les n clients représentent n répétitions identiques et indépendantes de cette épreuve.

X est la variable aléatoire qui donne le nombre de passagers achetant effectivement leur billet parmi les n ayant réservé.

A. Sans surbooking

On suppose dans cette partie que $n = 70$.

1. Quelle es la loi suivie par X ?
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion. *Arrondir au millième.*
3. Déterminer l'espérance et en déduire la recette moyenne du vol.

B. Avec surbooking

On suppose dans cette partie que $n = 80$. (la capacité restant de 70 passagers)

Si un voyageur ayant réservé arrive pour embarquer alors que l'avion est déjà complet, la compagnie lui verse un dédommagement de 45 €.

1. Quelle est la loi suivie par X ?
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion. *Arrondir au millième.*
3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un voyageur ayant réservé et ne pouvant pas embarquer. *Arrondir au millième.*
4. Calculer la recette moyenne du vol.

1 ES L **Correction AP Loi binomiale 2 :**

Exercice 1 :

1) $P(X = 3) \approx 0{,}0000507$ **2)** $P(X \leq 20) \approx 0{,}9827$

3) $P(X < 17) = P(X \leq 16) \approx 0{,}7978$

4) $P(X > 15) = 1 - P(X \leq 15) \approx 0{,}3054$

5) $P(10 \leq X \leq 35) = P(X \leq 35) - P(X \leq 9) \approx 0{,}9356$

6) $P(6 < X < 24) = P(X \leq 23) - P(X \leq 6) \approx 0{,}9946$

Exercice 2

1. Epreuve de Bernoulli : On choisit un pot de crème. S : « Il est conforme » $p = 0{,}06$. On répète cette expérience 50 fois de façons identiques et indépendantes. X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0{,}06$.
2. $P(X = 0) \approx 0{,}0453$.
3. $P(X = 2) \approx 0{,}2262$.

Exercice 3 :

1. Epreuve de Bernoulli : On choisit un client. S : « Le client a eu un sinistre » $p = 0{,}22$. On répète cette expérience 18 fois de façons identiques et indépendantes. X suit une loi binomiale de paramètre $n = 18$ et $p = 0{,}22$.
2. $P(X = 3) \approx 0{,}2091$. La probabilité d'obtenir 3 clients ayant un sinistre est de 0,2091.
   $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) \approx 0{,}9886$. La probabilité d'obtenir au moins un client ayant un sinistre est de 0,9886.
3. $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) \approx 0{,}7916$
4. $E(X) = 18 \times 0{,}22 \approx 4$. En moyenne sur 18 clients interrogés, 4 ont eu un sinistre.

Exercice 4 :

1. Epreuve de Bernoulli : On choisit un téléphone. S « il est conforme ».
   $p = 0{,}96$. On répète cette expérience 400 fois de façons identiques et indépendantes. X suit une loi binomiale de paramètre $n = 400$ et $p = 0{,}96$.
2. $E(X) = 400 \times 0{,}96 = 384$. En moyenne sur 400 téléphones, 384 sont conformes.
3. La recette moyenne réalisée sur la vente des 400 téléphones est de :
   $R = 384 \times 500 + (400 - 384)\,300 = 196800$ €.

Exercice 5 :

A. Sans surbooking

.

1. Epreuve de Bernoulli : On choisit un passager. S : « Il se présente » $p = 0{,}95$. On répète cette expérience 70 fois de façons identiques et indépendantes. X suit une loi binomiale de paramètre $n = 70$ et $p = 0{,}95$.
2. Au moins une place libre dans l'avion donc au plus 69 places occupées (c'est-à-dire au plus 69 personnes qui se sont présentées) :
   $P(X \leq 69) \approx 0{,}102$
3. $E(X) = 70 \times 0{,}95 = 66{,}5$. En moyenne 66,5 personnes se sont présentées ainsi la recette moyenne est de : $66{,}5 \times 90 = 5985$ €

C. Avec surbooking

1. Epreuve de Bernoulli : On choisit un passager. S : « Il se présente » $p = 0{,}95$. On répète cette expérience 80 fois de façons identiques et indépendantes. X suit une loi binomiale de paramètre $n = 80$ et $p = 0{,}95$.
2. $P(X \leq 69) \approx 0{,}002$
3. Il y a au moins un voyageur ayant réservé et ne pouvant pas embarquer, c'est-à-dire qu'il y a plus de 71 personnes à s'être présentées :
   $P(X \geq 71) = 1 - P(X \leq 70) \approx 0{,}993$
4. $E(X) = 80 \times 0{,}95 = 76$. En moyenne 76 personnes se sont présentées donc 6 seront indemnisés.
   La recette moyenne est de : $70 \times 90 - 6 \times 45 = 6030$ €