

Exercice 1 :

Un avion possède deux moteurs identiques. La probabilité que chacun d'eux tombe en panne est 0,001.

On suppose que la panne d'un moteur n'a aucune influence sur la panne de l'autre moteur.

- 1) Construire un arbre pondéré représentant la situation.
- 2) Calculer la probabilité que les deux moteurs tombent en panne.
- 3) Calculer la probabilité pour qu'aucun moteur ne tombe en panne.

Exercice 2 :

Un supermarché délivre une carte à gratter à chacun des passages de ses clients à la caisse. La probabilité de découvrir gagné est 0,05.

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de gagné après deux passages en caisse.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X.
- 2) Déterminer l'espérance mathématique de X.

Exercice 3 :

On a effectué une enquête sur les destinations des vacances. Quelle que soit la personne interrogée, la probabilité qu'elle choisisse des vacances au bord de mer est égale à 0,5, qu'elle choisisse une randonnée en montagne est égale à 0,3 sinon elle reste à son domicile.

On note les événements suivants : M : « La personne a choisi le bord de mer », R : « La personne choisit la randonnée en montagne » et D : « La personne reste à son domicile ».

On rencontre successivement deux personnes interrogées durant cette enquête.

- 1) Construire l'arbre pondéré correspondant à cette expérience.
- 2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de personnes ayant choisi des vacances à la mer.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X.
 - b) Calculer la probabilité qu'une personne au moins ait choisi des vacances à la mer.
 - c) Calculer l'espérance de X.

Exercice 4 :

On dispose d'une pièce de monnaie qui tombe sur Pile dans 70 % des cas. On lance trois fois cette pièce.

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de fois où l'on fait Pile.

- 1) Construire un arbre illustrant cette expérience.
- 2) Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 Pile.

3) Calculer la probabilité d'obtenir au moins 1 fois Pile.

4) Calculer la probabilité d'obtenir au plus 2 fois Pile.

Exercice 5 :

La probabilité pour qu'un Français soit du groupe sanguin est de 0,11. On étudie le groupe sanguin de quatre personnes prises au hasard dans la population française.

- 1) Quelle est la probabilité que ces quatre personnes soient tous du groupe B ?
- 2) Quelle est la probabilité pour qu'au moins une de ces personnes soit du groupe B ?
- 3) Quelle est la probabilité pour qu'au plus 3 de ces personnes soient du groupe B ?

Exercice 6 :

Sur son lecteur MP3, Alexandre écoute 25 chansons de son groupe préféré. 5 chansons parmi les 25 sont inédites. Il choisit trois chansons.

Une chanson peut être choisie plusieurs fois.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de chansons inédites.

- 1) Construire un arbre représentant cette situation.
- 2) Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 chansons inédites.
- 3) Calculer la probabilité d'obtenir au moins 1 chanson inédite.

Exercice 7 :

Matthéo et Enora visitent une usine de chocolat. A la sortie, ils peuvent manger des truffes. Les trois quarts des truffes offertes sont au chocolat noir, les autres sont au praliné. Il y en a suffisamment pour que la probabilité de prendre une truffe au chocolat noir reste égale à 0,75.

Un visiteur choisit 4 truffes et les mange une à une.

Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de truffe au chocolat noir.

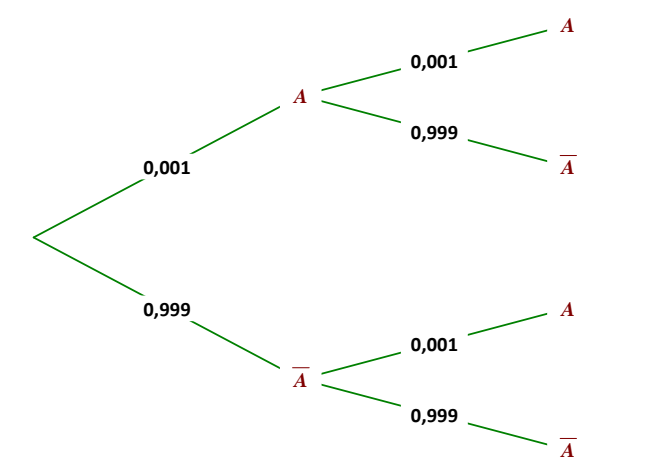
- 1) Construire un arbre représentant cette situation.
- 2) Calculer la probabilité d'obtenir 4 truffes au chocolat noir.
- 3) Matthéo préfère les truffes au praliné. Il mange 4 truffes et se plaint « toutes les truffes sont au chocolat noir ». Quelle est la probabilité pour que cet événement se réalise.
- 4) Enora choisit 4 truffes mais elle est malade le lendemain si elle mange au moins de 2 truffes au chocolat noir. Quelle est la probabilité qu'Enora tombe malade le lendemain ?

AP 1^{ère} ES – L Correction Fiche 6 : Variables aléatoires

Exercice 1 :

A : « Le moteur tombe en panne »

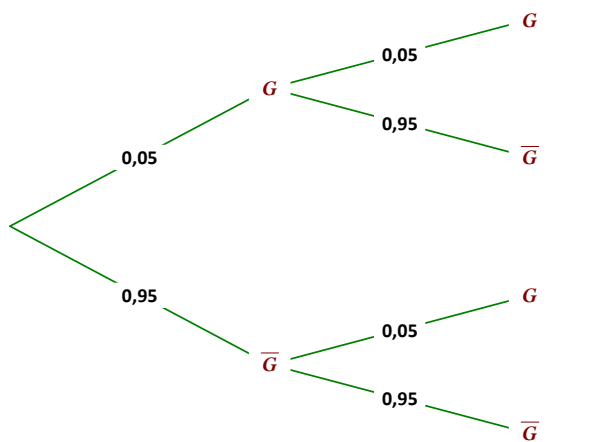
1)



- 2) Le chemin correspondant au fait que les deux moteurs tombent en panne est AA. On a donc $p(AA) = 0,001 \times 0,001 = 0,000001$.
- 3) Le chemin correspondant au fait qu'aucun moteur tombe en panne est $\bar{A}\bar{A}$. On a donc $p(\bar{A}\bar{A}) = 0,999 \times 0,999 \approx 0,998$.

Exercice 2 :

1) G : « Il y a gagné sur la carte »



X prend les valeurs 0, 1 et 2.

$$p(X = 0) = 0,95 \times 0,95 = 0,9025$$

$$p(X = 1) = 0,05 \times 0,95 + 0,95 \times 0,05 = 0,095$$

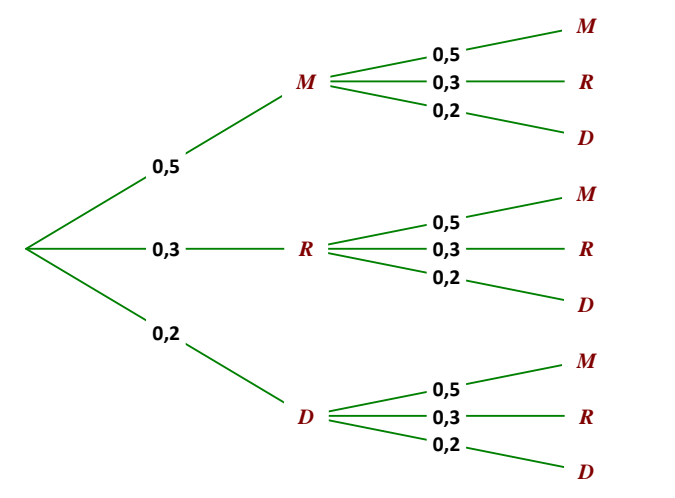
$$p(X = 2) = 0,05 \times 0,05 = 0,0025$$

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$	0,9025	0,095	0,0025

2) $E(X) = 0 \times 0,9025 + 1 \times 0,095 + 2 \times 0,0025 = 0,1$

Exercice 3 :

1)



2)

a) X prend les valeurs 0, 1 et 2

$$p(X = 0) = 0,3 \times 0,3 + 0,3 \times 0,2 + 0,2 \times 0,2 + 0,2 \times 0,3 = 0,25$$

$$p(X = 1) = 0,5 \times 0,3 + 0,3 \times 0,5 + 0,5 \times 0,2 + 0,2 \times 0,5 = 0,5$$

$$p(X = 2) = 0,5 \times 0,5 = 0,25$$

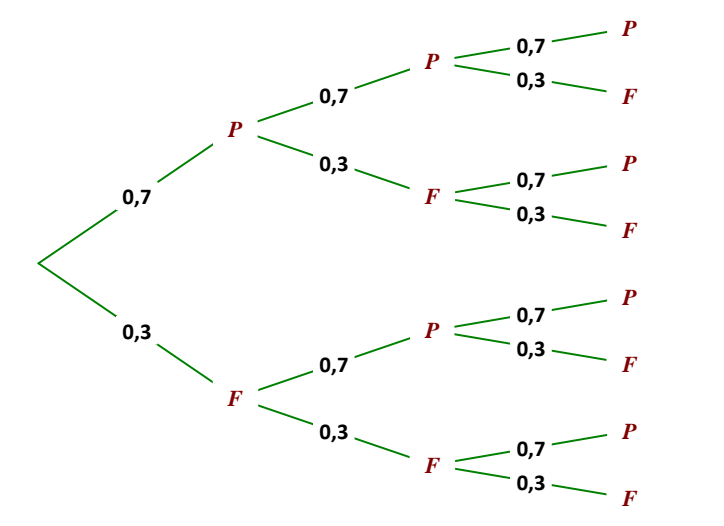
x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

b) $P(X \geq 1) = p(X = 1) + p(X = 2) = 0,75$

c) $E(X) = 0 \times 0,25 + 1 \times 0,5 + 2 \times 0,25 = 1$

Exercice 4 :

1)



2) Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de Pile.

$$p(X = 2) = 0,7 \times 0,7 \times 0,3 + 0,7 \times 0,3 \times 0,7 + 0,3 \times 0,7 \times 0,7 = 0,441$$

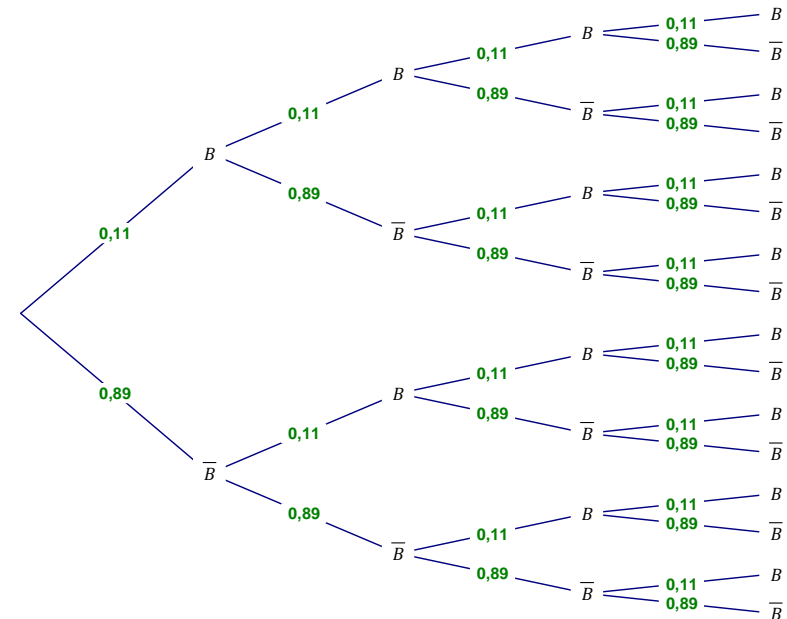
$$3) p(X \geq 1) = p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = 1 - p(X = 0) \\ = 1 - 0,3 \times 0,3 \times 0,3 = 0,973$$

$$4) p(X \leq 2) = 1 - p(X = 3) = 1 - 0,7 \times 0,7 \times 0,7 = 0,657$$

Exercice 5 :

B : « il est de groupe sanguin B »

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de personne de groupe B.



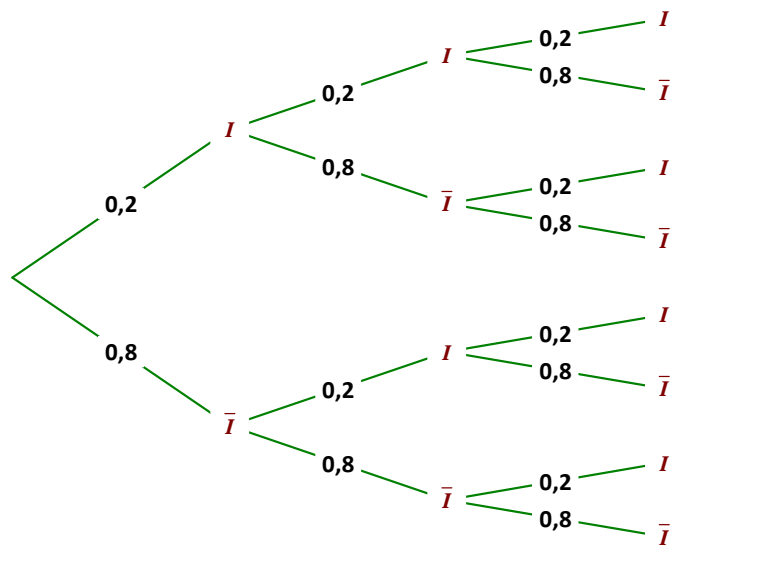
$$1) p(X = 4) = 0,11 \times 0,11 \times 0,11 \times 0,11 = 0,00014641$$

$$2) p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,89 \times 0,89 \times 0,89 \times 0,89 \approx 0,37$$

$$3) p(X \leq 3) = 1 - p(X = 4) \approx 0,99985$$

Exercice 6 :

1)



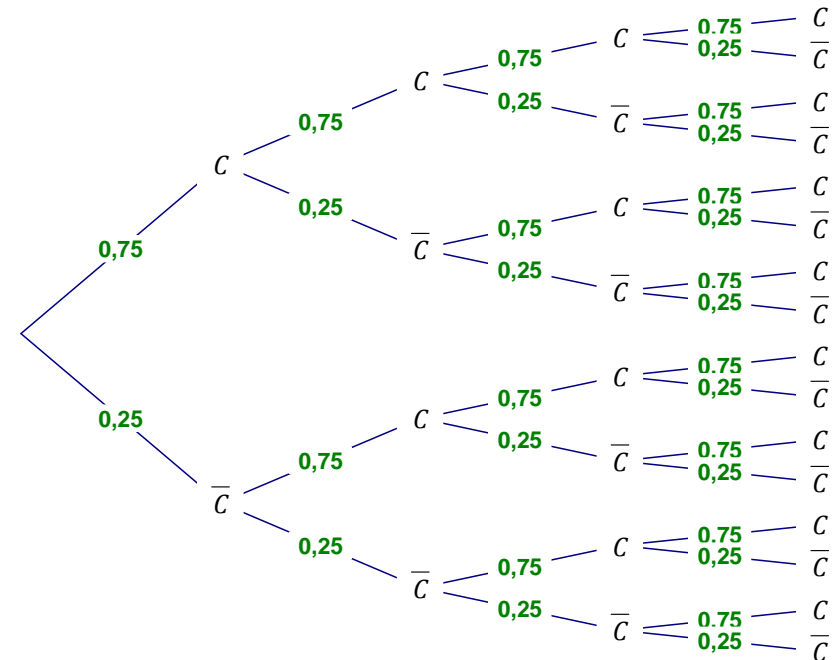
2) $p(X = 2) = 0,2 \times 0,2 \times 0,8 + 0,2 \times 0,8 \times 0,2 = 0,8 \times 0,2 \times 0,2 = 0,384$

3) $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,8 \times 0,8 \times 0,8 = 0,488$

Exercice 7 :

1)

C : « La truffe est au chocolat noir »



2) $p(X = 4) = 0,75 \times 0,75 \times 0,75 \times 0,75 \approx 0,316$

3) La probabilité que les 4 truffes soient au chocolat noir est de 0,319.

4) On cherche $p(X \geq 2) = 1 - p(X = 0) - p(X = 1)$

On a $p(X = 0) = 0,25 \times 0,25 \times 0,25 \times 0,25$

$P(X = 1) = 0,75 \times 0,25 \times 0,25 \times 0,25 + 0,25 \times 0,75 \times 0,25 \times 0,25 + 0,25 \times 0,25 \times 0,75 \times 0,25 + 0,25 \times 0,25 \times 0,25 \times 0,75$

On a donc $p(X \geq 2) \approx 0,95$.

Enora a de grandes chances (95 %) d'être malade le lendemain.