TS AP Maths : Théorèmes de convergence

Ex1 : La suite u est bornée par -1 et 2, et la suite v est définie pour tout nombre entier naturel n par $v_n = 1 - \frac{2}{u_n+2}$ .

1°) Démontrer que la suite v est bornée.
2°) Démontrer que, si u est décroissante, alors v est aussi décroissante.
3°) La suite v est-elle convergente ?

Ex2 : $(u_n)$ est la suite définie par $u_0 = 5$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12}$

1°) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$ $u_n \geq 4$.
2°) Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante.
3°) Que peut-on en déduire ?

Ex3 : $(u_n)$ est la suite définie par $u_1 = -1$ et, pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = \frac{nu_n+3n+6}{2(n+1)}$ .

1°) a)Démontrer que la suite $(u_n)$ est majorée par 3.
b) Etudier le sens de variation de la suite $(u_n)$.
c) Qu'en déduire ?
2°)$(v_n)$ est la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = n(3 - u_n)$.
a) Démontrer que la suite $(v_n)$ est géométrique.
b) Exprimer $v_n$, puis $u_n$ en fonction de n.
c) Déterminer la limite de la suite $(u_n)$.

Ex6 : Vrai/Faux : A justifier
1°) Si une suite u est croissante et majorée par 5, alors elle converge vers 5.
2°) Si une suite u n'est pas convergente, alors elle n'est pas bornée.

3°) Toute suite décroissante à termes strictement positifs converge vers 0.

Ex4 : u est la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n $u_{n+1} = 2\,u_n + 3$.

1°) Démontrer que pour tout n $u_n > 0$ et en déduire que la suite u est croissante.
2°) Montrer que si u est majorée, alors elle converge vers un nombre réel négatif.
3°) Montrer que u n'est pas majorée et déterminer sa limite.

Ex5 : La fonction f est définie sur [0 ; 2] par $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ .

1°) Démontrer que si $x$ que si $x \in [1\,;2]$, alors $f(x) \in [1\,;2]$.
2°) u est la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
a) Construire les 1ers termes de la suite. En déduire des conjectures sur les variations et la convergence de $(u_n)$.
b) Démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}$ $1 \leq u_n \leq 2$.
c) Déterminer les variations de la suite $(u_n)$.
d) Démontrer que la suite $(u_n)$ est convergente. Peut-on en déduire sa limite ?

TS AP Maths : Théorèmes de convergence

Ex1 : La suite u est bornée par -1 et 2, et la suite v est définie pour tout nombre entier naturel n par $v_n = 1 - \frac{2}{u_n+2}$ .

1°) Démontrer que la suite v est bornée.
2°) Démontrer que, si u est décroissante, alors v est aussi décroissante.
3°) La suite v est-elle convergente ?

Ex2 : $(u_n)$ est la suite définie par $u_0 = 5$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12}$

1°) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$ $u_n \geq 4$.
2°) Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante.
3°) Que peut-on en déduire ?

Ex3 : $(u_n)$ est la suite définie par $u_1 = -1$ et, pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = \frac{nu_n+3n+6}{2(n+1)}$ .

1°) a)Démontrer que la suite $(u_n)$ est majorée par 3.
b) Etudier le sens de variation de la suite $(u_n)$.
c) Qu'en déduire ?
2°)$(v_n)$ est la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = n(3 - u_n)$.
a) Démontrer que la suite $(v_n)$ est géométrique.
b) Exprimer $v_n$, puis $u_n$ en fonction de n.
c) Déterminer la limite de la suite $(u_n)$.

Ex6 : Vrai/Faux : A justifier
1°) Si une suite u est croissante et majorée par 5, alors elle converge vers 5.
2°) Si une suite u n'est pas convergente, alors elle n'est pas bornée.

3°) Toute suite décroissante à termes strictement positifs converge vers 0.

Ex4 : u est la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n $u_{n+1} = 2\,u_n + 3$.

1°) Démontrer que pour tout n $u_n > 0$ et en déduire que la suite u est croissante.
2°) Montrer que si u est majorée, alors elle converge vers un nombre réel négatif.
3°) Montrer que u n'est pas majorée et déterminer sa limite.

Ex5 : La fonction f est définie sur [0 ; 2] par $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ .

1°) Démontrer que si $x$ que si $x \in [1\,;2]$, alors $f(x) \in [1\,;2]$.
2°) u est la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
a) Construire les 1ers termes de la suite. En déduire des conjectures sur les variations et la convergence de $(u_n)$.
b) Démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}$ $1 \leq u_n \leq 2$.
c) Déterminer les variations de la suite $(u_n)$.
d) Démontrer que la suite $(u_n)$ est convergente. Peut-on en déduire sa limite ?