

TS

AP : Suites et limites

Ex1 : 1°) Soit (U_n) la suite définie par $U_n = n^2 + 6$. Utiliser la définition du cours pour démontrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$.

2°) Soit (U_n) la suite définie par $U_n = \frac{-1}{3n}$. Utiliser la définition du cours pour démontrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$.

Ex2 : Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ dans chacun des cas suivants :

$$1^\circ) U_n = \frac{5}{2n^2} \quad 2^\circ) U_n = n^3 + 2n^2 + n - 7 \quad 3^\circ) U_n = n^3 - 2n^2 + n - 7$$

$$4^\circ) U_n = 4 + \frac{n^2}{2n+1} \quad 5^\circ) U_n = \frac{n^2+n-5}{n^2+3n+4} \quad 6^\circ) U_n = 3n - \frac{3+6n^2}{2n+1}$$

$$7^\circ) U_n = \sqrt{n^2 + n - 5} \quad 8^\circ) U_n = \sqrt{n - n - 5} \quad 9^\circ) U_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$$

$$10^\circ) U_n = \frac{\sqrt{n}+3}{3n^2+5} \quad 11^\circ) U_n = \frac{n+3}{3\sqrt{n}+5} \quad 12^\circ) U_n = 4 + \frac{\sin n}{n^2}$$

$$13^\circ) U_n = \frac{2n^2 - 3 \cos n}{n^2 + 1} \quad 14^\circ) U_n = \frac{(-1)^n}{n+1} \quad 15^\circ) U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 3n$$

$$16^\circ) U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 3^n \quad 17^\circ) U_n = \frac{5^n}{8^n} \quad 18^\circ) U_n = \frac{5^{n+3}}{8^n} \quad 19^\circ) U_n = \frac{5^{3n}}{8^n}$$

Ex3 : Un Vrai-Faux Soit (u_n) une suite réelle positive.

1°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \leq n$, alors (u_n) converge.

2°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \geq \frac{n}{2}$, alors (u_n) diverge.

3°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \geq n$, alors (u_n) est croissante.

4°) Si pour tout n de \mathbb{N}^* , $u_n \leq \frac{1}{n}$, alors (u_n) décroissante.

5°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $n^2 \leq n^2 u_n \leq n^2 + n$, alors (u_n) converge.

TS

AP : Suites et limites

Ex1 : 1°) Soit (U_n) la suite définie par $U_n = n^2 + 6$. Utiliser la définition du cours pour démontrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$.

2°) Soit (U_n) la suite définie par $U_n = \frac{-1}{3n}$. Utiliser la définition du cours pour démontrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$.

Ex2 : Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ dans chacun des cas suivants :

$$1^\circ) U_n = \frac{5}{2n^2} \quad 2^\circ) U_n = n^3 + 2n^2 + n - 7 \quad 3^\circ) U_n = n^3 - 2n^2 + n - 7$$

$$4^\circ) U_n = 4 + \frac{n^2}{2n+1} \quad 5^\circ) U_n = \frac{n^2+n-5}{n^2+3n+4} \quad 6^\circ) U_n = 3n - \frac{3+6n^2}{2n+1}$$

$$7^\circ) U_n = \sqrt{n^2 + n - 5} \quad 8^\circ) U_n = \sqrt{n - n - 5} \quad 9^\circ) U_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$$

$$10^\circ) U_n = \frac{\sqrt{n}+3}{3n^2+5} \quad 11^\circ) U_n = \frac{n+3}{3\sqrt{n}+5} \quad 12^\circ) U_n = 4 + \frac{\sin n}{n^2}$$

$$13^\circ) U_n = \frac{2n^2 - 3 \cos n}{n^2 + 1} \quad 14^\circ) U_n = \frac{(-1)^n}{n+1} \quad 15^\circ) U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 3n$$

$$16^\circ) U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 3^n \quad 17^\circ) U_n = \frac{5^n}{8^n} \quad 18^\circ) U_n = \frac{5^{n+3}}{8^n} \quad 19^\circ) U_n = \frac{5^{3n}}{8^n}$$

Ex3 : Un Vrai-Faux Soit (u_n) une suite réelle positive.

1°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \leq n$, alors (u_n) converge.

2°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \geq \frac{n}{2}$, alors (u_n) diverge.

3°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \geq n$, alors (u_n) est croissante.

4°) Si pour tout n de \mathbb{N}^* , $u_n \leq \frac{1}{n}$, alors (u_n) décroissante.

5°) Si pour tout n de \mathbb{N} , $n^2 \leq n^2 u_n \leq n^2 + n$, alors (u_n) converge.