TS

AP : Lois normales

Ex1 : Une variable aléatoire X suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.

1°) Calculer : a) $p(X < 1,8)$ b) $p(X < -1,8)$ c) $p(X \geq 2,58)$ d) $p(-1,21 < X < 1,44)$.

2°) Calculer le nombre u tel que :

a) $p(X < u) = 0,14$ b) $p(X > u) = 0,25$ c) $p(0 < X < u) = 0,4$.

Ex2 : Une variable aléatoire X suit la loi normale centrée réduite.
Calculer l'arrondi au millième du nombre u tel que :

a) $p(-u < X < u) = 0,915$ b) $p(-u \leq X \leq u) = 0,732$.

Ex3 : Lors d'un concours, la moyenne des notes est 8.
T est la variable aléatoire qui donne l'écart t – 8 où t est la note obtenue par le candidat. T suit la loi normale centrée réduite.

1°) A combien faut-il fixer la note d'admission de ce concours pour que 60% des candidats soient reçus ? Donner l'arrondi au centième.

2°) Dans quel intervalle de notes se trouvent 80% des candidats ?

Ex4 : Une variable X suit la loi normale $\mathcal{N}(32;49)$.

1°) Donner E(X), V(X) et σ(X).

2°) Calculer à 10^{-4} les probabilités suivantes :

a) $p(30 \leq X \leq 40)$ b) $p(X < 30)$ c) $p(X > 40)$
d) $p(X \leq 38)$ e) $p(X \geq 10)$.

Ex5 : Soit Z la variable centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$. On donne $p(Z < 1) = 0,84$.
Déterminer sans calculatrice les probabilités suivantes :

1°) $p(X < 10)$ pour X suivant la loi $\mathcal{N}(8;4)$

2°) $p(X \geq 0)$ pour X suivant la loi $\mathcal{N}(-5;25)$

3°) $p(X < 0)$ pour X suivant la loi $\mathcal{N}(5;25)$

4°) $p(1 < X < 5)$ pour X suivant la loi $\mathcal{N}(5;16)$.

Ex6 : Soit X une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{N}(20;4)$.

1°) Donner a tel que $p(X \leq a) = 0,8$ 2°) Donner b tel que $p(X \geq b) = 0,8$

3°) Donner $c > 0$ tel que $p(-c \leq X - 20 \leq c) = 0,8$.

Ex7 : Une étude menée sur l'eau du robinet provenant d'un même captage affirme que la quantité en milligrammes par litre (mg/L) de nitrates suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart type 8. Selon le code de la santé publique, la teneur en nitrates doit être inférieure à 50 mg/L afin d'assurer la protections des femmes enceintes et des nouveaux nés.
Quelle est la probabilité, à 10^{-4} près, que l'eau du robinet provenant de ce captage présente, par sa teneur élevée en nitrates, un risque pour la santé ?

Ex8 : Dans une entreprise, la demande mensuelle de pièces automobiles du même type suit la loi normale $\mathcal{N}(600;1600)$.

1°) Déterminer le nombre a de pièces demandées pour que la demande mensuelle soit comprise entre 600 – a et 600 + a pièces, avec une probabilité de 0,95.

2°) Le stock de l'entreprise est de 620 pièces. Calculer la probabilité que la demande soit satisfaite, c'est-à-dire qu'elle soit inférieure ou égale à 620.

3°) L'entreprise possède un stock de sécurité supplémentaire de 30 pièces. Quelle est la probabilité qu'il y ait rupture de stock ?

4°) L'entreprise souhaite conserver un stock minimal de sécurité S afin que la probabilité de satisfaire la demande soit supérieure à 0,96. Déterminer la valeur de ce stock.

Ex9 : Une entreprise produit en grande série des véhicules électriques. On se propose d'étudier l'autonomie, en kilomètre, de ces véhicules. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque véhicule pris au hasard dans la production, associe son autonomie en km. On admet que X suit la loi normale d'espérance 104 et d'écart type 6.

1°) Déterminer la probabilité que l'autonomie d'un véhicule pris au hasard dans la production soit comprise entre 98 et 122.

2°) La probabilité qu'un véhicule ait une autonomie jugée insuffisante est p = 0,04. Calculer l'autonomie a correspondante. Arrondir au dixième près.

Ex10 : On a relevé le taux de cholestérol de 100 personnes. On a le tableau suivant :

Taux (en g/L)	1,2	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1
Effectif	4	10	14	22	18	13	9	5	3	2

1°) a) Calculer le taux de cholestérol moyen, ainsi que l'écart type de cette série.

b) Calculer les fréquences cumulées croissantes.

c) En déduire la part des personnes dont le taux de cholestérol est inférieur ou égal à 2,1 g/L. Calculer la part des personnes dont le taux est compris entre 1,62 et 2,45.

2°) On admet que le taux de cholestérol d'une personne, choisie au hasard, suit la loi normale $(2,04; 0,1764)$.

a) Calculer la probabilité d'obtenir une personne dont le taux de cholestérol est inférieur à 2,1 g/L.

b) Calculer la probabilité d'obtenir une personne dont le taux est compris entre 1,62 et 2,45.

c) Comparer aux valeurs obtenues en 1.

Ex11 : La quantité d'eau contenue dans une bouteille (d'eau) d'une certaine marque, exprimée en litres, suit la loi normale d'espérance 1 (litre) et d'écart type 0,02 (litre).
On choisit au hasard une bouteille de cette marque.

1°) Quelle est la probabilité que cette bouteille contienne exactement un litre ?

2°) Sans calculatrice, préciser la probabilité (arrondie au millième) que cette bouteille contienne entre 0,96 et 1 litre ?

3°) Est-il probable que cette bouteille contienne plus de 1,1 L ? Expliquer.

4°) En déduire la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard contienne plus d'un litre sachant qu'elle ne peut contenir au maximum que 1,1L.