AP TS **Exercices : Produit scalaire 1S**

Exercice : ABCD est un rectangle tel que AB = 4 et BC = 3. Le triangle ABF est équilatéral et le triangle BCE est rectangle isocèle en C. Le point H est le milieu de [AB].

Calculer les produits scalaires :

$\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{AC}$;

$\overrightarrow{BA} . \overrightarrow{BF}$;

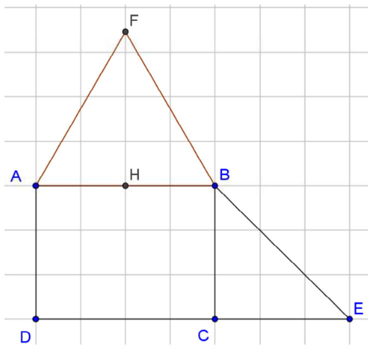
$\overrightarrow{AD} . \overrightarrow{CE}$;

$\overrightarrow{BA} . \overrightarrow{AF}$;

$\overrightarrow{CA} . \overrightarrow{CE}$;

$\overrightarrow{EC} . \overrightarrow{BE}$;

$\overrightarrow{AF} . \overrightarrow{DE}$.



Corrigé :

$\overrightarrow{AB}. \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}. \overrightarrow{AB}$ car B est le projeté orthogonal de C sur (AB) .

= AB² (2 vecteurs colinéaires de même sens)

= 4^2 = **16**

$\overrightarrow{BA}. \overrightarrow{BF}$ = BA . BF . cos $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BF})$ = 4 × 4 × cos $\frac{\pi}{3}$ = 16 × $\frac{1}{2}$ = **8**

$\overrightarrow{AD}. \overrightarrow{CE}$ = **0** car $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{CE}$

$\overrightarrow{BA}. \overrightarrow{AF} = - \overrightarrow{AB}. \overrightarrow{AF}$ = - AB AF cos $\frac{\pi}{3}$ = **- 8**

$\overrightarrow{CA}. \overrightarrow{CE} = (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}). \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB}. \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BA} . \overrightarrow{CE}$ = 0 - AB . CE car $\overrightarrow{CB} \perp \overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires de sens opposé.

= -4 × 3 = **-12**

$\overrightarrow{EC} . \overrightarrow{BE} = - \overrightarrow{EC} . \overrightarrow{EB}$ = - EC EB cos $\frac{\pi}{4}$ = - 3 × 3 × $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = $\mathbf{\frac{-9\sqrt{2}}{2}}$

$\overrightarrow{AF} . \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DH'} . \overrightarrow{DE}$ car D et H' milieu de [DC] sont les projetés orthogonaux respectifs de A et F sur (DE)

= 2 × (4+3) = **14** car $\overrightarrow{DH'}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires de même sens.