BACCALAURÉAT BLANC
entrainement

13-14 février 2017

MATHÉMATIQUES

– Série : S –

EXERCICE 1 [5 points] D'après Bac S Amérique du Sud nov 2011
Commun à tous les candidats

Une urne contient trois dés équilibrés. Deux d'entre eux sont verts et possèdent six faces numérotées de 1 à 6. Le troisième est rouge et possède deux faces numérotées 1 et quatre faces numérotées 6.

On prend un dé au hasard dans l'urne et on le lance.

On note : – V l'évènement : « le dé tiré est vert »
– R l'évènement : « le dé tiré est rouge »
– S_1 l'évènement : « on obtient 6 au lancer du dé ».

1. On tire au hasard un dé et on effectue un lancer de celui-ci.

a. Construire un arbre de probabilités modélisant l'expérience aléatoire.

b. Calculer la probabilité $P(S_1)$.

2. On décide de lancer 20 fois le dé **rouge** précédent. On appelle X la variable aléatoire comptant le nombre de fois où l'on obtient un 6.

a. Déterminer la probabilité d'obtenir 10 fois un 6.

b. Déterminer p(X $\geq$ 10).

c. Calculer E(X) et σ(X).

3. On tire maintenant au hasard un dé de l'urne. On lance ensuite ce dé n fois de suite. On note S_n l'évènement : « on obtient 6 à chacun des n lancers ».

a. Démontrer que : $P(S_n) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

b. Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n la probabilité d'avoir tiré le dé rouge, sachant qu'on a obtenu le numéro 6 à chacun des n lancers.

Démontrer que : $p_n = \dfrac{1}{2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n + 1}$

c. Déterminer le plus petit entier n_0 tel que $p_n > 0{,}999$ pour tout $n \geq n_0$.

d. Ecrire un algorithme qui permet d'afficher tous les termes de p_1 à p_n , où n $\geq$ 1 est choisi par l'utilisateur.

e. Ecrire un algorithme qui permet de calculer de calculer le n_0 de la question c.

EXERCICE 2 [5 points]

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont complètement indépendantes

Partie A D'après Bac S Nouvelle Calédonie nov 2011

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O\ ;\ \vec{u},\ \vec{v})$. On prendra 1 cm pour unité graphique.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$.

2. Soit A, B et C les points d'affixes respectives : $z_A = 1 + i$; $z_B = \overline{z_A}$; $z_C = -i$.
Déterminer la nature du triangle ABC.

3.a. Soit $P(z) = z^3 + (i - 2)z^2 + (2 - 2i)z + 2i$

Calculer $P(-i)$.

b. Déterminer 2 réels a et b tels que $P(z) = (z + i)(z^2 + az + b)$.

c. Résoudre alors $P(z) = 0$.

Partie B D'après Bac S Métropole sept 2013

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$.

La droite D est définie par la représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

La droite D' passe par le point A(3 ; 1 ; 1) et a pour vecteur directeur $\vec{u} = 2\,\vec{i} - \vec{j} + 2\,\vec{k}$.

Le plan P passe par B(1 ; 1 ; 1) et a pour vecteurs directeurs $\vec{v}(-2\ ;\ 1\ ;\ 4)$ et $\vec{w}(1\ ;\ -4\ ;\ 5)$.

1. Le point C(9 ; –5 ; 4) appartient-il à la droite D ou à la droite D' ou au plan P ?

2. Les droites D et D' sont-elles coplanaires ou non ?

3. On note $\vec{u_D}$ un vecteur directeur de D.

Les vecteurs $\vec{u_D}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont-ils coplanaires ou non coplanaires ?

EXERCICE 3 [6 points] D'après Bac S Liban juin 2010
Commun à tous les candidats

Partie A

Soit u la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $u(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

1. Étudier les variations de u sur $]0\ ;+\infty[$ et préciser ses limites en 0 et en $+\infty$.

2. a. Montrer que l'équation $u(x) = 0$ admet une solution unique sur $]0\ ;+\infty[$.
On note α cette solution.

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

3. Déterminer le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x.

4. Montrer l'égalité : $\ln \alpha = 2 - \alpha^2$.

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0\ ;+\infty[$ par $f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$.
On note f' la fonction dérivée de f sur $]0\ ;+\infty[$.

1. Exprimer, pour tout x de $]0\ ;+\infty[$, $f'(x)$ en fonction de $u(x)$ et montrer que $f'(x)$ est du signe de $u(x)$.

2. En déduire les variations de f sur $]0\ ;+\infty[$.

3. Montrer que $f(\alpha) = \alpha^2(1 + \alpha^2)$.

Partie C

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}, \vec{j})$, on note :

- Γ la courbe représentative de la fonction ln (logarithme népérien) ;
- A le point de coordonnées $(0\ ;2)$;
- M le point de Γ d'abscisse x appartenant à $]0\ ;+\infty[$.

1. Montrer que la distance AM est donnée par $AM = \sqrt{f(x)}$.

2. Soit g la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

a. Montrer que les fonctions f et g ont les mêmes variations sur $]0\ ;+\infty[$.

b. Montrer que la distance AM est minimale en un point de Γ, noté P, dont on précisera les coordonnées.

c. Montrer que $AP = \alpha\sqrt{1 + \alpha^2}$.

3. *Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

La droite (AP) est-elle perpendiculaire à la tangente à Γ en P ?

EXERCICE 4 **[4 points]**

Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. ***Aucune justification n'est demandée****.*

Une réponse juste ***rapporte 0,75 point*** *; une réponse fausse* ***enlève 0,25 point*** *et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, alors la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.*

Question 1. Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.

S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{9}{10}$. Je sors mon chien ; quelle est la probabilité qu'il ne pleuve pas :

a. $\frac{9}{10}$ **b.** $\frac{27}{40}$ **c.** $\frac{3}{4}$ **d.** $\frac{27}{28}$

Question 2. Les suites suivantes sont-elles convergentes :

a. $\left(\frac{2^n}{n^{2005}}\right)_{n>0}$ **b.** $\left(\frac{2n+(-1)^n\sqrt{n}}{n+1}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ **c.** $\left(n^2\sin\frac{1}{n}\right)_{n>0}$ **d.** $\left(\frac{\sqrt{n}}{\ln n}\right)_{n>1}$

Question 3. On considère trois suites (u_n) , (v_n) et (w_n) ayant, pour tout entier naturel n, les propriétés suivantes : $u_n \leq v_n \leq w_n$, $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = -1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(w_n) = 1$.

Quelle propriété est vraie ?

a. $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n) = 0$.

b. Pour tout n de $\mathbb{N}$, on a : $-1 \leq v_n \leq 1$.

c. La suite (v_n) est convergente.

d. On ne sait pas dire si la suite (v_n)a une limite ou non.

Question 4. Une suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1{,}5$ et $u_{n+1} = 2u_n - 1$ pour tout entier naturel n.

Quelle propriété est vraie ?

a. La suite (u_n) converge vers 1, abscisse du point d'intersection des droites d'équations $y = x$ et $y = 2x - 1$.

b. La suite (v_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 1$, est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme 2.

c. La suite (v_n) est majorée.

d. La suite (w_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = \ln(u_n - 1)$, est arithmétique.

Question 5. On execute l'algorithme ci-contre réalisé à l'aide du logiciel SCRATCH.

Quel résultat obtient-on ?

a. S = 3 **c.** S = 6

b. S = 5 **d.** S = 11