TS AP : Vecteurs et représentations paramétriques dans l'espace

Ex1 : On considère le cube ABCDEFGH. Le point L est le milieu de [CG] et R le point tel que $\overrightarrow{AR} = 2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL}$.

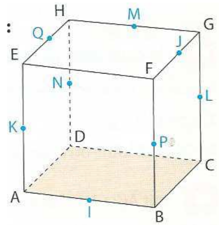
1°) Montrer que les points A, R, B et L sont coplanaires.

2°) Construire l'intersection de (AR) et (BCG).

Ex2 : ABCD est un tétraèdre. Le point J est le milieu de [AD], le point G est le centre de gravité du triangle ABC et le point E est tel que BDCE est un parallélogramme.

1°) Décomposer les vecteurs $\overrightarrow{JG}$ et $\overrightarrow{JE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

2°) Les points J, G et E sont-ils alignés ?



Ex3 : Sur le cube, on a rajouté des milieux.
Décomposer, en fonction des vecteurs $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DH}$ les vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{IF}$, $\overrightarrow{DQ}$, $\overrightarrow{DN}$.

Ex4 : Dans le cube précédent, on considère le repère orthonormé (D ; $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DH}$), donner les coordonnées des points A , B , C , D , E , F , G , H , P , I , M , J.

Ex5 : Dans un repère (O ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$), placer les points A(2 ; 0 ; 1) , B(0 ; 2 ; 2) et C(2 ; 1 ; 0).

Ex6 : Dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$), on considère les points A(2 ; 1 ; 5), B(4 ; 2 ; 4), C(3 ; 3 ; 5), D(0 ; 3 ; 7) et E(1 ; 5 ; 7)
et les vecteurs $\vec{u}$(2 ; 5 ; -2) et $\vec{v} = -4\,\vec{\imath} + \vec{\jmath} + 7\vec{k}$.

1°) Calculer les coordonnées du milieu I du segment [AB].

2°) Calculer AB.

3°) Calculer les coordonnées de $\vec{w} = 2\,\vec{u} - 3\,\vec{v}$.

4°) Montrer que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

5°) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

6°) a) Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Montrer $\overrightarrow{AE} = -2\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AC}$.

c) Qu'en déduire pour les points A, B, C, E ?

Ex7 : 1°) Donner une représentation paramétrique de la droite passant par les points A(-2 ; 5 ; 4) et B(3 ; 0 ; -6).

2°) Une droite D a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$, t ∈ $\mathbb{R}$.

a) Donner 2 vecteurs directeurs de cette droite.

b) Donner 2 points de D.

c) Le point P(-1 ; -2 ; -5) appartient-il à D ?

Ex8 : Etudier les positions relatives de (d_1) et (d_2), puis de (d_1) et (d_3), puis de (d_1) et (d_4).

(d_1) : $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$, t ∈ $\mathbb{R}$ (d_2) : $\begin{cases} x = -4 - 3t' \\ y = 9 - 2t' \\ z = -5 + t' \end{cases}$, t' ∈ $\mathbb{R}$

(d_3) : $\begin{cases} x = -6k \\ y = 6k \\ z = -4k \end{cases}$, k ∈ $\mathbb{R}$ (d_4) : $\begin{cases} x = 2k' - 4 \\ y = k' - 5 \\ z = -k' + 2 \end{cases}$, k' ∈ $\mathbb{R}$

Ex9 : Dans un repère de l'espace, on donne les points A(1 ; 0 ; 2), B(-1 ; 1 ; 3) et C(5 ; 1 ; 0).

a) Montrer que les points A, B et C forment un plan.

b) Déterminer une représentation paramétrique du plan (ABC).

Ex10 : Dans un repère (O ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$), un plan (P) a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + k + 2t \\ y = -1 + k - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$.

Donner les coordonnées de 2 points et de 2 vecteurs directeurs de ce plan.

Ex11 : Dans le cube de l'ex3, on considère le repère (D ; $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DH}$),
Donner une représentation paramétrique des 12 arêtes et des 6 faces du cube.