

**Partie 1 : Applications de la dérivée**

**Exercice 1 :**

Une entreprise fabrique une quantité  $x$  d'un produit avec un coût total en euros exprimé par :  $C(x) = 0,1x^2 - 20x + 1960$ .

Le coût moyen unitaire est défini par :  $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$ .

- 1) Calculer  $C_m'(x)$ .
- 2) Dresser le tableau de variation de  $C_m$  sur  $[1 ; 200]$ .
- 3) En déduire la valeur de  $x$  pour laquelle le coût moyen unitaire est minimal. On précisera ce coût.

**Exercice 2 :**

Une entreprise fabrique une quantité  $q$  d'un certain produit,  $q$  est exprimé en tonnes et varie de 0 à 20. Le coût total de production est, en milliers d'euros :  $C(q) = q^3 - 30q^2 + 300q$ .

La production est vendue au prix de 84 milliers d'euros l'unité.

- 1) Exprimer la fonction bénéfice  $B(q)$ .
- 2) Pour quelle valeur de  $q$  le bénéfice est-il maximal ? On précisera ce bénéfice.

**Exercice 3 :**

Dans une entreprise spécialisée dans la construction de tablettes tactiles, le coût moyen, en centaines d'euros, de  $q$  centaines de tablettes est donnée par la fonction

$C$  définie sur  $[1 ; 10]$  par  $C(q) = q - 1 + \frac{16}{q}$ .

Déterminer le coût minimal de  $C$ .

**Partie B : Variables aléatoire**

**Exercice 1 :**

Lucas a stocké 50 morceaux de Jazz, 80 morceaux de Rock et 70 morceaux de musique classique dans son lecteur MP3.

Pour écouter sa musique, Lucas utilise le mode « lecture aléatoire ». On admet que cela revient à choisir au hasard un morceau de musique, chaque morceau ayant la même probabilité d'être choisi.

- 1) Calculer la probabilité que le premier morceau soit
  - a) du Jazz
  - b) de la musique classique.
- 2) Lucas arrête son MP3 après avoir écouté trois morceaux de musique. Calculer la probabilité des évènements suivant :
  - a) A : « Les trois morceaux sont des morceaux de Jazz »
  - b) B : « Sur les trois morceaux écoutés, un seul est un morceau de Rock »
  - c) C : « Il écoute au moins un morceau de Jazz et de Rock »

**Exercice 2 :**

A chaque tir, la probabilité qu'un tireur à l'arc touche la cible est 0,9. On suppose que les résultats de deux tirs consécutifs sont indépendants.

Il tire trois fois.

Soit  $X$  la variable aléatoire comptant le nombre de fois où le tireur touche la cible.

- 1) Représenter la situation.
- 2) Calculer  $P(X = 2)$ . Interpréter.
- 3) Calculer la probabilité que le tireur touche au plus deux fois la cible.

**Exercice 3 :**

Sur les 700 salariés d'une usine, 140 sont des cadres les autres sont des ouvriers.

Des stages de formation continue sont organisés chaque année, tels que :

Chaque salarié participe à un stage au plus

9% des salariés partent en stage

10% des ouvriers partent en stage.

- 1) On rencontre un salarié au hasard.

	Ouvriers	Cadres	Total
En stage			
Pas en stage			
Total			700

Quelle est la probabilité que ce soit un ouvrier ?

Quelle est la probabilité que ce soit un ouvrier partant en stage ?

Quelle est la probabilité que ce soit un cadre partant en stage ?

- 2) Chaque stage dure dix jours pour un ouvrier et huit jours pour un cadre. On note  $X$  la variable comptant le nombre de jours de stage suivis par un salarié de l'usine.
  - a) Quelles sont les valeurs prises par  $X$  ?
  - b) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - c) Calculer l'espérance mathématiques de  $X$ . Interpréter ce résultat.

**Applications de la dérivées  
et variables aléatoires**

**Partie 1 : Applications de la dérivée**

**Exercice 1 :**

1)  $C_m(x) = \frac{0,1x^2 - 20x + 1960}{x}$

On pose  $u(x) = 0,1x^2 - 20x + 1960$  et  $u'(x) = 0,2x - 20$

$v(x) = x$  et  $v'(x) = 1$

$C_m'(x) = \frac{(0,2x - 20)x - 1(0,1x^2 - 20x + 1960)}{x^2}$

$C_m'(x) = \frac{0,2x^2 - 20x - 0,1x^2 + 20x - 1960}{x^2} = \frac{0,1x^2 - 1960}{x^2}$

2) On a :

$\Delta = 784$  et  $x_1 = -140$   $x_2 = 140$

$x$	1	140	200
$0,1x^2 - 1960$	-	0	+
$x^2$	+		+
$C_m'(x)$	-	0	+
$C_m(x)$	1940,1	8	9,8

3) Le coût moyen unitaire est minimal pour  $x = 140$ . Ce coût sera de 8€.

**Exercice 2 :**

1)  $B(q) = \text{recette} - \text{coût} = 84q - C(q) = -q^3 + 30q^2 - 216q$ .

2)

$B'(q) = -3q^2 + 60q - 216$ .

$\Delta = 1008$  et  $x_1 \approx 15,3$  et  $x_2 \approx 4,7$

$q$	0	4,7	15,3	20		
$B'(q)$		-	0	+	0	-
$B(q)$	0			136,323		-320

Le bénéfice est maximal pour 15,3 tonnes. Ce bénéfice est de 13632,3 €.

**Exercice 3 :**

$C'(q) = 1 - \frac{16}{q^2} = \frac{q^2 - 16}{q^2}$

Pour  $q^2 - 16$  : on trouve deux racines 4 et -4.

$q$	1	4	10	
$q^2 - 16$		-	0	+
$q^2$		+		+
$B'(q)$		-	0	+
$B(q)$	16		7	10,6

Le coût minimal de C est 700€ pour  $q = 400$  tablettes.

**Partie B : Variables aléatoire**

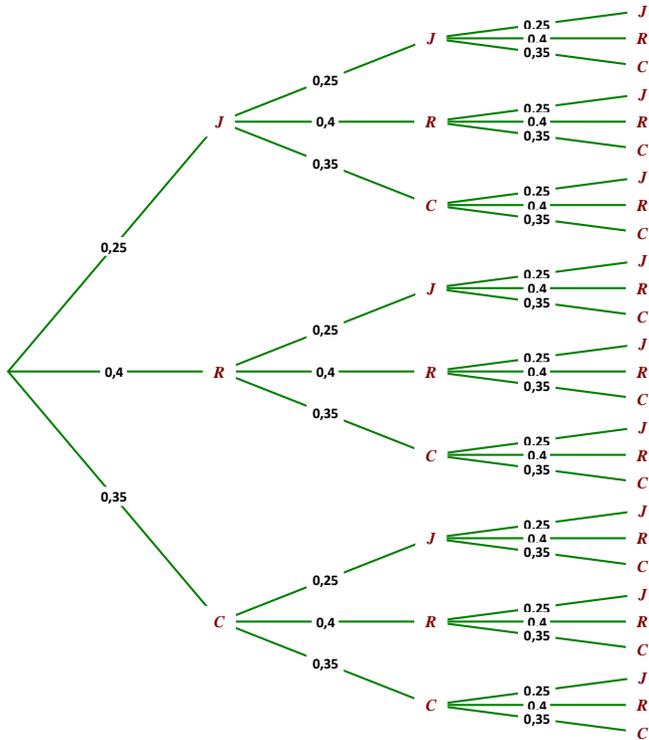
**Exercice 1 :**

1)

a)  $p(J) = \frac{50}{200} = 0,25$

b)  $p(C) = \frac{70}{200} = 0,35$

2)



a)  $p(A) = 0,25 \times 0,25 \times 0,25 = 0,015625$

b)  $p(B) = 0,25 \times 0,25 \times 0,4 + 0,25 \times 0,4 \times 0,25 + 0,25 \times 0,4 \times 0,35 + 0,25 \times 0,35 \times 0,4 + 0,4 \times 0,25 \times 0,25 + 0,4 \times 0,25 \times 0,35 + 0,4 \times 0,35 \times 0,25 + 0,4 \times 0,35 \times 0,35 + 0,35 \times 0,25 \times 0,4 + 0,35 \times 0,4 \times 0,25 + 0,35 \times 0,4 \times 0,35 + 0,35 \times 0,35 \times 0,4 = 0,432$

c)

L'évènement C correspond à la liste suivante : JJR, JRJ, JRR, JRC, JCR, RJJ, RJR, RJC, RRJ, RCJ, CJR, CRJ

$p(C) = 0,25 \times 0,25 \times 0,4 + \dots + 0,35 \times 0,4 \times 0,25 = 0,405$

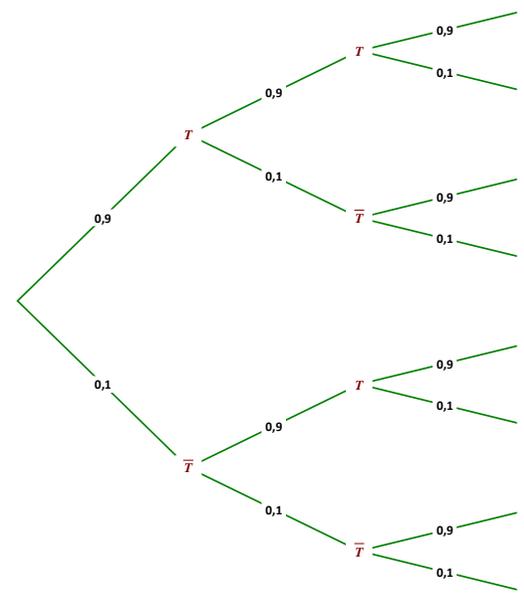
**Exercice 2 :**

A chaque tir, la probabilité qu'un tireur à l'arc touche la cible est 0,9. On suppose que les résultats de deux tirs consécutifs sont indépendants.

Il tire trois fois.

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de fois où le tireur touche la cible.

1)



2)  $P(X = 2) = 0,9 \times 0,9 \times 0,1 + 0,9 \times 0,1 \times 0,9 + 0,1 \times 0,9 \times 0,9 = 0,243$

Cette probabilité est la probabilité que le tireur touche deux fois la cible.

3) Calculer la probabilité que le tireur touche au plus deux fois la cible.

On cherche  $p(X \leq 2) = 1 - P(X = 3) = 1 - 0,9 \times 0,9 \times 0,9 = 0,271$

**Exercice 3 :**

1)

	Ouvriers	Cadres	Total
En stage	56	7	63
Pas en stage	504	133	637
Total	560	140	700

$$O : \text{« c'est un ouvrier »} \quad p(O) = \frac{560}{700} = 0,8$$

$$OS : \text{« c'est ouvrier partant en stage »} \quad p(OS) = \frac{56}{700} = 0,08$$

$$CS : \text{« c'est un cadre partant en stage »} \quad p(CS) = \frac{7}{700} = 0,01$$

2) Chaque stage dure dix jours pour un ouvrier et huit jours pour un cadre. On note X la variable comptant le nombre de jours de stage suivis par un salarié de l'usine.

a) X prend les valeurs 0, 8 et 10 ?

b)  $P(X = 8) = 0,01$      $p(X = 10) = 0,08$     et     $p(X = 0) = 0,91$

$x_i$	0	8	10
$p(X = x_i)$	0,91	0,01	0,08

$$c) E(X) = 0 \times 0,91 + 8 \times 0,01 + 10 \times 0,08 = 0,88$$

En moyenne chaque salarié suit 0,88 jour de stage.