AP 2nde

Corrigé Géométrie plane

Ex 1

1°) → O appartient à la médiatrice du segment [PN] donc O est équidistant de P et M donc $OP = OM$

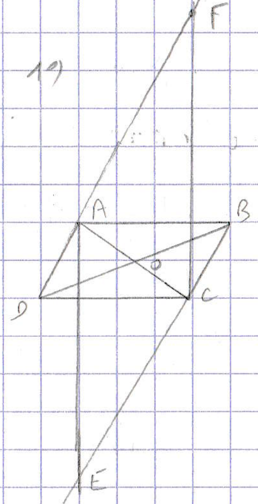
→ De même $OM = ON$

→ Donc $OP = ON$

2°) On sait que $OP = ON$ donc O appartient aussi à la médiatrice du segment [PN].

Ex 2

1°)



2°) • $(AE) \perp (AB)$ et $(CF) \perp (CD)$ et comme $(AB) \parallel (CD)$ alors $(AE) \parallel (CF)$

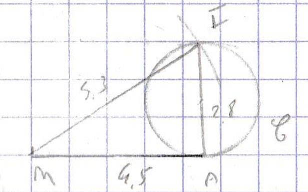
• $(DA) \parallel (BC)$ donc $(AF) \parallel (CE)$ car (DA) c'est (AF) et (CE) c'est (BC)

• Puisque $(AE) \parallel (CF)$ et $(AF) \parallel (CE)$ alors AEBF est un parallélogramme.

3°) Dans le parallélogramme ABCD, O est le milieu de [AC]. Dans le parallélogramme AECF, [AC] est une diagonale, donc l'autre diagonale [FE] a le même milieu O.

donc F est le symétrique de E par rapport à O.

Ex 3



$$\left.\begin{array}{l} MI^2 = 5{,}3^2 = 28{,}09 \\ MA^2 + AI^2 = 4{,}5^2 + 2{,}8^2 = 28{,}09 \end{array}\right\}$$

donc $MI^2 = MA^2 + AI^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MAI est rectangle en A donc $(MA) \perp (AI)$

donc (MA) est perpendiculaire au rayon de $\mathscr{C}$ et passe par A,

Ex 9

1) $$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} AB = \sqrt{6^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{36{,}25} \\ DC = \sqrt{6^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{36{,}25} \end{array}\right\} AB = DC \\ \text{et } \left.\begin{array}{l} AD = \sqrt{4^2 + (-4{,}5)^2} = \sqrt{36{,}25} \\ BC = \sqrt{4^2 + (-4{,}5)^2} = \sqrt{36{,}25} \end{array}\right\} AD = BC \end{array}\right\} \text{Donc}$$

ABCD a ses côtés 2 à 2 de même longueur. Donc ABCD est un parallélogramme.

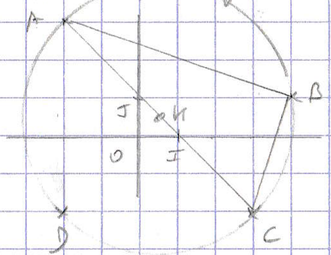
2°) $AB = \sqrt{36{,}25} = AD$ donc ABCD est un losange.

Ex 10

1°) $AB = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$ $BC = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$

$AC = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}$

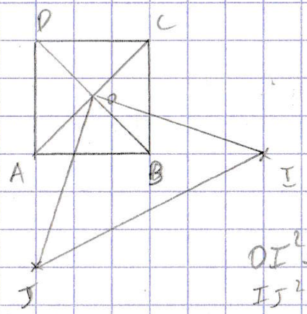
$AB^2 + BC^2 = 50$ et $AC^2 = 50$ donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$ donc ABC rectangle en B (réc. th. Pythagore)



$$\left.\begin{array}{l} AK = \sqrt{2{,}5^2 + (-2{,}5)^2} = \sqrt{12{,}5} \\ BK = \sqrt{(-3{,}5)^2 + (-0{,}5)^2} = \sqrt{12{,}5} \\ CK = \sqrt{(-2{,}5)^2 + 2{,}5^2} = \sqrt{12{,}5} \\ DK = \sqrt{2{,}5^2 + 2{,}5^2} = \sqrt{12{,}5} \end{array}\right\}$$

donc $AK = BK = CK = DK$ donc B, C, D sont sur le cercle de centre K et de rayon AK.

Ex 11



Dans (A, B, C) A(0 ; 0) B(1 ; 0) D(0 ; 1)

C(1 ; 1). $O\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$

A milieu de [DJ] donc $x_A = \frac{x_D + x_J}{2}$ et $y_A = \frac{y_D + y_J}{2}$

donc $J(0 ; -1)$

De même $I(2 ; 0)$ car B milieu de [AI]

$OI^2 + OJ^2 = \sqrt{1{,}5^2 + 0{,}5^2}^2 + \sqrt{0{,}5^2 + 1{,}5^2}^2 = 5$

$IJ^2 = \sqrt{2^2 + (-1)^2}^2 = 5$

$\Big\}$ et OIJ est rectangle en O

$\mathcal{A}_{ABCD} = 1 \times 1 = 1$ et $\mathcal{A}_{OIJ} = \frac{OI \times OJ}{2} = \frac{\sqrt{2{,}5} \times \sqrt{2{,}5}}{2} = 1{,}25$

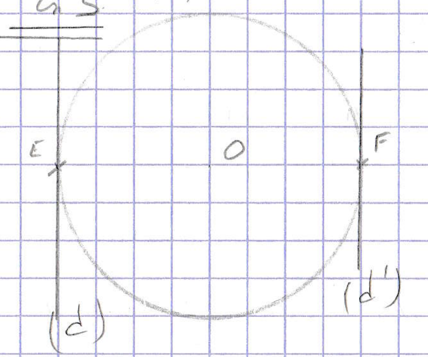
(MA) est bien la tangente à $\mathcal{C}$ en A.

Ex 4 1°) Dans le triangle $\widehat{IJK} = 180 - 63° - 27° = 90°$

Donc le triangle IJK est rectangle en J

2°) donc $(JK) \perp (IJ)$. (JK) est donc perpendiculaire au rayon [IJ] et passe par J. Donc (JK) est tangente à $\mathcal{C}$.

Ex 5 1°)



2°) Soit O le milieu du cercle $\mathcal{C}$.

(d) est tangent à $\mathcal{C}$ en E ......

donc $(d) \perp (EO)$

De même $(d') \perp (OF)$ } donc

Comme (EO) et (OF) sont identiques

Alors (d) // (d')

Ex 6 1°) a) $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

$BC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

$AC = \sqrt{(8-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$

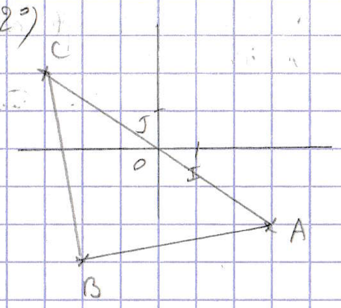
b) AC est la plus grande longueur

$AB + BC = \sqrt{20} + \sqrt{10} \simeq 7,634$
$AC = \sqrt{58} \simeq 7,616$ } donc $AB + BC \neq AC$

donc les points A, B et C ne peuvent pas être alignés

c) I milieu de (AB) $I\left(\frac{-1+5}{2} ; \frac{2+4}{2}\right)$ $I(2;3)$

2°)



ABC semble rectangle isocèle en B

$AB = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$

$BC = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$

$AC = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$

$AC^2 = \sqrt{52}^2 = 52$ et $AB^2 + BC^2 = \sqrt{26}^2 + \sqrt{26}^2 = 26 + 26 = 52$

donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ d'après la réc. du th. de Pythagore ABC rectangle en B.

de plus AB = BC donc ABC isocèle en B

Donc ABC rectangle et isocèle en B.

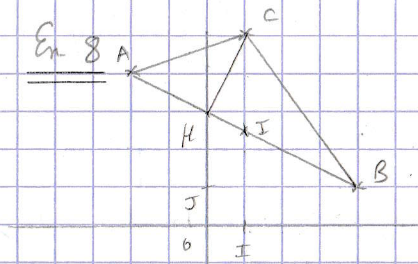
Ex 7 1°) $I\left(\frac{2+6}{2} ; \frac{1+9}{2}\right)$ $I(4;5)$ $J\left(\frac{3+5}{2} ; \frac{2+8}{2}\right)$

$J(4;10)$

donc I = J

2°) [AC] et [BD] ont même milieu donc ABCD est un parallélogramme.

Ex 8



1°) Il faut démontrer que $(CH) \perp (AB)$ pour (CH) soit 1 hauteur

$CH = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$AH = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

$AC = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$CH^2 + AH^2 = \sqrt{5}^2 + \sqrt{5}^2 = 10 = AC^2$

donc AHC rectangle en H donc $(CH) \perp (AB)$ (réc. th. Pythagore)

donc H est sur la hauteur

Mystelle a raison

2°) $I\left(\frac{-2+4}{2} ; \frac{4+1}{2}\right)$ $I(1;2,5)$

(CI) est une médiane du triangle ABC.